

高等学校 数学科学習指導案

指導者 袴田 綾斗

日時 平成 28 年 10 月 15 日 (土) 第 2 限 (10 : 35 ~ 11 : 25)

場所 数学教室

学年・組 高等学校 I 年 2 組 41 人 (男子 20 人, 女子 21 人)

単元 確率

- 目標
1. 不確定なことがらの起こりやすさについて、確率を用いて考察しようとする。
(関心・意欲・態度)
 2. 現実的な場面を試行・事象という視点で捉えることで、その起こりやすさを確率という指標で計算したり表現したりすることができる。
(数学的な見方や考え方)
 3. 場合の数を手際よく求めたり、確率の計算法則を用いたりすることで、確率の値を求めることができる。
(数学的な技能)
 4. 確率の意味、試行や事象などの用語の意味を理解している。
(知識・理解)

指導計画 (全 15 時間)

第一次 確率の基本性質 6 時間

第二次 さまざまな確率 8 時間

第三次 課題学習 1 時間 (本時)

授業について

数学 A の学習内容である確率では「同様に確からしい」という考え方の理解が基礎になっている。しかし、単元全体を通してみると、根元事象の同様な確からしさを自明の前提としている問題も少なくない。本時の授業では、一通り確率について学習し終えた後の課題学習という位置付けで、この「同様に確からしい」という確率の基礎を再考させる機会としたい。

授業では、最短経路問題 (ある地点を通る確率) を取り上げる。まず、導入場面では試行が明確に定められていない問題文を提示する。本来は試行が定まっていないため、確率が求められない問題であるが、確率計算に慣れ親しんでいる生徒は何らかの方法で確率を求めようとするだろう。そこで展開では、生徒自身がどのような試行を想定していたのかを見出させるために、実際にランダムに最短経路を進むとしたらどのような移動方法があるか、ということ考察する活動を設定する。この活動を通して、何が同様に確からしいかが定まれば確率が求められるし、逆に、何が同様に確からしいのかが定まっていなければ確率は求められない、ということ再認識させたい。そして、導入問題に適切な条件を加えて確率が求められるような問題文にする、という場面を授業のまとめとして設定する。

本授業では、答えが一意に定まらないような問題場面を扱うことで、なぜ? という問いを生徒から引き出し、主体的な学びにつなげることをねらいとしている。また、考察した移動方法をグループで共有したり、表現の適切さを互いに検討したりする場面を設けることで、自明と捉えられてきた「同様に確からしい」という考え方が、外化を通して内省され、深い学びにつながると考えている。

題目 最短経路と確率

本時の学習目標

最短経路問題 (ある地点を通る確率) について、試行が明確に定まっていない問題文から、どのような移動方法があるかということ考察する活動を通して、確率を求めるためには、試行が定まり、根元事象の同様な確からしさが保証されていなければならないことを見出す。

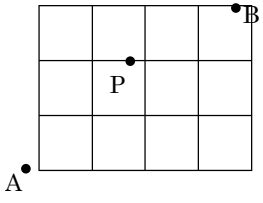
本時の評価規準 (観点/方法)

考察した移動方法において、どのような試行を定め、何を同様に確からしいとしているのかを言

葉・図・式を用いて説明しようとしている。

(数学的な見方や考え方／様相観察・学習プリント分析)

本時の学習指導過程

学習内容	学習活動	指導上の留意点・評価
<p>(導入) 15分 試行が明確に定まっていない条件下での確率計算</p>	<p>【問題1】 図のように、東西に4本、南北に5本の道路がある。地点Aから出発した人が最短の道順を通って地点Bへ向かうとき、途中で地点Pを通る確率を求めよ。</p> 	<p>○ 問題を提示する。</p> <p>予想される生徒の解答 (1) $({}^4C_2 \times {}^3C_1) / {}^7C_3 = 18/35$ (2) ${}^4C_2 (1/2)^2 (1/2)^2 = 3/8$</p>
<p>(展開) 20分 移動方法の考察を通した試行の明確化</p>	<p>【問題2】 問題1について、実際にランダムに最短経路を進むとしたら、どのような移動方法が考えられるだろうか。</p> <p>2 問題1について、ランダムに最短経路を移動するための方法を考察する活動を通して、どのような試行を想定しているかを明確にする。 [個人→グループ]</p> <p>4 確率計算に必要となる状況(移動方法)の設定を見出し、適切に表現する。 [個人]</p>	<p>予想される移動方法 (1) 35通りある最短経路を無作為に1つ選び、AからBまで移動する (2) 分岐点で北に行くか東に行くかを硬貨投げで決めて移動する。 ・考察した移動方法において、どのような試行を定め、何を同様に確からしいとしているのかを言葉・図・式を用いて説明しようとしている。 【数学的な見方・考え方】</p> <p>○ 試行を定め、同様な確からしさを保証するための適切な表現を考えさせるために、以下の問題を提示する。</p>
<p>(まとめ) 15分 試行を明確にし、同様な確からしさを保証するための問題文の考察</p>	<p>【問題3】 問題1に適切な文章を付け加えて、答えが① 18/35、② 3/8になるような問題をそれぞれつくりなさい。</p> <p>5 付け加えた文章をグループ内で比較し、適切な表現になっているかを検討する。 [グループ]</p> <p>6 本時の学習をまとめる</p>	<p>予想される生徒の解答 (1) 北3枚、東4枚のカードから順に1枚ずつ引いていく。 (2) 分岐点では硬貨を投げ、表が出れば北、裏が出れば東へ移動する。 ○ 次の点への注意を促す。 文章の表現が異なっても、試行が明確に定まり、同様な確からしさが保証されていることが確認できれば正解であること。</p>
<p>備考 学習プリント</p>		

今まで「確率」を求めてきたけれど...

問題 1 図のように、東西に 4 本、南北に 5 本の道路がある。地点 A から出発した人が最短の道順を通って地点 B へ向かうとき、途中で地点 P を通る確率を求めよ。

自分の解答

その他の解答

問題 2

自分の考えた方法

その他の方法

これを前提にしたときの確率は...

↓

これを前提にしたときの確率は...

問題 3

①の場合に付け加える文

②の場合に付け加える文

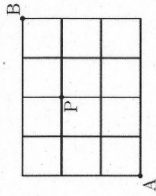
これによって保証されるのは...

↓

これによって保証されるのは...

本時のまとめ (わかったこと, わからなかったこと, 気づき, 疑問, 感想など)

問題 1 図のように、東西に 4 本、南北に 5 本の道路がある。地点 A から出発した人が最短の道順を通って地点 B へ向かうとき、途中で地点 P を通る確率を求めよ。



〈自分の解答〉

最短の経路は全部で ${}_1C_3$ 通りあり、そのうち、地点 P を通る経路は ${}_4C_2 \times {}_3C_1$ 通りあるから、求める確率は

$$\frac{{}_4C_2 \times {}_3C_1}{{}_1C_3} = \frac{18}{35}$$

〈その他の解答〉

地点 P までの経路は ${}_4C_2$ 通りであり、それ以降は最短経路を進めば必ず B にたどり着くから、求める確率は

$${}_4C_2 \left(\frac{1}{2}\right)^2 \left(\frac{1}{2}\right) \times 1 = \frac{3}{8}$$

問題 2 問題 1 について、実際にランダムに最短経路を進むとしたら、どのような移動方法が考えられるだろうか。

〈自分の考えた方法〉

分岐点に立ったときに、北に進むか東に進むかを (硬貨投げなどで) ランダムに決めて移動する。

〈その他の方法〉

35 通りある最短経路の中から無作為に 1 つを選び、その経路に沿って移動する。

↓
これを前提にしたときの確率は...

$$\frac{3}{8}$$

↓
これを前提にしたときの確率は...

$$\frac{18}{35}$$

今まで「確率」を求めてきたけれど...

そもそも確率とはどのような値であったか？

↑ (その事象の起こる場合の数) / (起こりうるすべての場合の数)

全事象

根元事象

同様に確からしくなくなければならない (起こり方に偏りが無い)

問題 3 問題 1 に適切な文章を付け加えて、答えが ① $\frac{18}{35}$, ② $\frac{3}{8}$ になるような問題をそれぞれ作りなさい。

〈①の場合に付け加える文〉

- ・それぞれに最短経路が書かれた 35 枚のカードから無作為に 1 枚引く
- ・北と書かれた 3 枚のカードと東と書かれた 4 枚のカードから 1 枚ずつ引く

↓
これによって保証されるのは...

35 本の最短経路について、それぞれの起こり方が同様に確からしいということ

〈②の場合に付け加える文〉

分岐点では硬貨を投げ、表が出れば北に、裏が出れば東に進む

↓
これによって保証されるのは...

分岐点において北に進むか東に進むかが同様に確からしいということ

本時のまとめ (わかったこと, わからなかったこと, 気づき, 疑問, 感想など)

本時の問題解決を通して、「試行が明確に定まり、何が同様に確からしいかが保証されない」と、確率を求めることはできない」ということが改めて分かった。

(2) 本時の教材について

① 学習内容に関わるねらい

高等学校数学科（数学 A）で扱われる確率は、「同様に確からしい」を基礎とする数学的確率である。しかし、確率を求める計算問題のほとんどすべてにおいて、「同様に確からしい」は自明の前提のように扱われている。本授業では、この「同様に確からしい」という考え方を再考させることをねらいとした。

② 学習方法に関わるねらい：アクティブ・ラーニングの視点から

ア. 主体的な学び…「問い」が生徒のものであるか

本授業における学びが学習者の主体的な学びとなるよう、「問い」が生徒自身から発生することをねらった。そのために、直観的には複数の解答が思い浮かぶが、どれが正しく、どれが誤りであるのか、あるいは、どのような解釈が適当であるのか、といった結論がすぐには得られないような問題解決の場面を設定した。

イ. 対話的な学び

上記アに関連して、複数の解答に対し、グループ活動を通して互いの考えや解き方を比較・検討し合う学習活動を設定した。

ウ. 深い学び

「同様に確からしい」という数学的確率の基礎を振り返らせる授業構成にすることで、単に計算ができればよい、という態度の反省につなげることをねらいとした。

(3) 授業協議（反省・課題と今後の展望）

実際の授業においては、問題 1 に対する直観的な計算による解答（指導案上の「予想される生徒の解答」の(1))の多さから、授業実践前に想定していたように、「同様に確からしい」という考え方がほとんど意識されていないことがわかった。上記のように、問題 1 に対する複数の解答をグループ内で比較することを通して、生徒自らの「問い」を発生させることをねらっていたが、学習形態（座席の配置）を授業開始時からグループの状態にしてしまっていたため、まずは自分の考えを書く、という活動が難しい様子であった。このことから、個人思考の時間確保は、座席の配置も含めて考える必要があると考えられる。また、問題 1 に対する解答には偏りが見られたが、移動方法の考察から試行を想起させる、という学習活動を設定したことにより、半数以上の生徒が、はじめに考えた解答とは異なる値を導くことができた。

授業後に行われた協議においては、次のような点に関して、質疑・応答を中心にしながら授業の在り方について検討が行われた。

- 「同様に確からしい」ことを単元の最初ではなく最後（課題学習）に扱った理由はなにか
 - 確率の求値（計算）に慣れた状態で扱うことによって、態度の反省（計算さえできればよいのではなく、基礎的な考え方も大切）をねらったため。
- グループ学習について、人数や学力などの編成をどのように考えているか
 - グループ活動に参加できない生徒がでないよう、4 人以下を基本としている。また、グループ活動には「慣れ」が必要である。学力差は近いほうが望ましいが、それよりも大切なのはこういった活動を継続的に行うことである。
- アクティブ・ラーニングについて学習方法の評価をどのように考えているか
 - 思考の結果だけでなく、生徒がどのように考えているかを記入できるようなワークシートを用意することを心がけている。これによって、発表だけでなく、授業中の様々な場面で評価が可能になると考えた。ただし、大きな声で積極的にグループ活動に参加している、などの参加態度の評価については検討中である。
- 単元の導入の 1, 2 時間目にこの問題を扱うとより効果的だと考えられる。数学的確率を導入し、練習問題を数問解いたあとで、意味付けをしっかりと意識させるために扱うとよいのではないか。
- 授業の後半部分（問題 1 は問題文が不十分である、ということを感じさせる部分）で授業者の意図が表に出すぎてしまい、生徒の思考を妨げているように感じた。