広島大学附属中・高等学校中等教育研究紀要
〈第63号　2016〉

高等学校数学における放物線の指導に関する考察

井　上　芳　文

本研究は，高等学校の数学Ⅱにおける，放物線の定義と図形的な性質に関する学習指導の可能性を検討することを目的としている。そこで本稿では，数学Ⅱにおいて扱うことができる放物線に関するいくつかの問題について考察し，放物線の図形的な定義の理解に結びつけることのできる教材を利用した授業実践に関して報告する。授業においては，数学的活動を基盤とした展開の中にグループによる情報共有の場面を適切に位置づけ，協働的に課題を解決することによって，放物線の図形的な性質について理解を深めることができた。また，そこから派生する新たな問題に取り組むことによって，放物線に対する多様な見方を促すことができた。その一方で，図形の性質を方程式を用いて探究する際の座標の設定など，いくつかの困難性も明らかとなった。

１．はじめに

数学教育においては，豊かな図形概念の育成は大きな目的の一つである。小学校の算数から高等学校の数学に至るまで，はじめは具体的に身の回りにある物と関連づけながら特定の図形に注目し，発達段階に応じて抽象度を高めながら，その図形のもつ性質や図形どうしの関係について学習をすすめ理解を深めていく。

放物線は，中学校３年において２乗に比例する関数のグラフとして初めて登場する。そこでは数量の変化や対応の様子を中心に考察を進め，同時にそのグラフが日常生活に関わりの深いものとして紹介される。しかし，放物線の図形的な定義がなされるのは高等学校数学の数学Ⅲを待たねばならず，数学Ⅲを選択しない生徒の多くは，それを知らずに高等学校の数学を終えることになる。実際に高等学校の数学Ⅰで登場する放物線は２次関数のグラフという以上の深みを持つことなく，幾何学的な性質が扱われることはほとんどないと言ってよい。問題やその解決方法の背景に，放物線の持つ幾何学的な性質が潜んでいたとしても，そのことに気付いたり，あるいはその美しさを鑑賞したりするための視点を生徒は持ち合わせない。

本稿では，数学Ⅱの「軌跡と領域」の単元において，問題解決の流れの中から放物線の定義について考察し，一つの図形を多様な側面から考察することを目指した授業実践を報告する。

２．中学校・高等学校数学における放物線の扱い

中学校数学においては，関数の一つとして中学３年で「２乗に比例する関数」を学習する。そこでは，学習指導要領に

> 具体的な事象の中から二つの数量を取り出し，それらの変化や対応を調べることを通して，関数$y=ax^2$について理解するとともに，関数関係を見いだし表現し考察する能力を伸ばす
>
> （文部科学省，2008）[1]

とあるように，数量の変化や対応の様子についての学習が中心となり，「表」「式」「グラフ」などの多様な表現を用いながら，それまでに学習した関数との比較などを通して，関数としての特徴を学習していくことになる。その中で，対応する値の組を座標平面上にとることによって描かれる曲線について考察し，このグラフを放物線と呼ぶことを学習する。このグラフは，関数の変化と対応の特徴を捉えるために利用される一方で，グラフの形そのものに関する学習としては，なめらかな曲線となることを実際に確認したり，グラフの開く方向や開き具合を比例定数と関連づけて考察したりする場面などが挙げられる。

また，この２乗に比例する関数についての学習は，数学と具体的な生活との関わりを理解させる場面としても重要なものである。実際，関数$y=ax^2$が日常生活に現れる場面が教科書の挿絵や巻末に多く示され，中でも**図１**のようなパラボラアンテナに

Yoshifumi INOUE：A Study on the Teaching of Parabolas in High School Mathematics

関する例は多くの教科書に紹介されている（例えば岡部恒治ほか（2016）[2] など）。

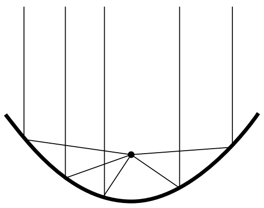


図１　パラボラアンテナと放物線

放物線の持つこの光学的性質については，接線を引くことでできる特定の二等辺三角形に注目したり，三角関数の加法定理を用いたりすることで確認することができるが，数学Ｂまでの学習を前提とすれば以下のようにベクトルを用いて考察することもできる。

$p>0$として，焦点が$\mathrm{F}(0\,,p)$，準線が直線$y=-p$である放物線$y=\frac{1}{4p}x^2$について考える。

$y'=\frac{1}{2p}x$であるから，放物線上の点$\mathrm{P}(t\,,\frac{t^2}{4p})$における接線の方程式は

$y-\frac{t^2}{4p}=\frac{t}{2p}(x-t)$　すなわち

$tx-2py-\frac{t^2}{2}=0$

ここで，**図２**のように　$\vec{a}=(2p\,,t),\vec{b}=(0\,,1)$，

$\vec{c}=\overrightarrow{PF}=\left(-t\,,p-\frac{t^2}{4p}\right)$，$\vec{d}=(-2p\,,-t)$と定める。

このとき，$\vec{a}$と$\vec{b}$，$\vec{c}$と$\vec{d}$のなす角をそれぞれα，β とすると

$$\cos\alpha=\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|}=\frac{t}{\sqrt{4p^2+t^2}\cdot 1}=\frac{t}{\sqrt{4p^2+t^2}}$$

一方で

$$\cos\beta=\frac{\vec{c}\cdot\vec{d}}{|\vec{c}|\cdot|\vec{d}|}=\frac{2pt-t\left(p-\frac{t^2}{4p}\right)}{\sqrt{t^2+\left(p-\frac{t^2}{4p}\right)^2}\cdot\sqrt{4p^2+t^2}}$$

$$=\frac{pt+\frac{t^3}{4p}}{\sqrt{\left(p+\frac{t^2}{4p}\right)^2}\cdot\sqrt{4p^2+t^2}}=\frac{t}{\sqrt{4p^2+t^2}}$$

$0<\alpha<\frac{\pi}{2}$，$0<\beta<\frac{\pi}{2}$　において，$\cos\alpha=\cos\beta$であるから$\alpha=\beta$である。これより，無限遠方から到達した光が放物線に反射して焦点に到達することが示された。

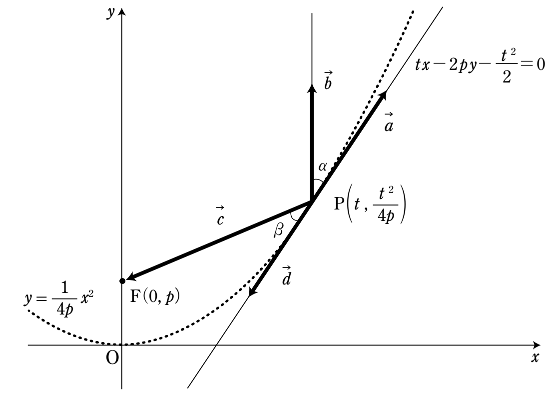


図２

この例は，学習者が数学の有用性を感じることのできる代表的なものであり，中学校の数学でこの単元を学習する場合にはよく紹介される事例である。しかし，この事実を学習者が数学的に，図形的な意味づけとともに学習し理解する場面は，高等学校２年生までの数学の学習場面ではほとんど見られない。こうした例に限らず，放物線の図形的な性質を扱う場面は，高等学校に入っても数学Ⅱまでの範囲では非常に少ない。しかし，数学Ⅱにおいて図形と方程式について学び，軌跡の学習を終えた段階であれば，放物線の図形的な定義について扱うことが十分に可能であるし，図形に対する多面的な見方の育成という点においてもその意義は大きいように思われる。

３．数学的活動と図形の定義に関する学習

小学校での具体物の操作を中心とした学習活動を経て，中学１年では，直線は「まっすぐに限りなくのびている線」として定義され，一つの静的な考察対象として捉えられる。そして，複数の直線を比較したり，他の図形との関係性を考察したりする。一方で，中学１年の作図や高等学校の数学Ａ「平面図形」においては，直線の構成の方法に関する視点も扱っている。例えば，線分の垂直二等分線の性質とその作図方法に関連して，ある２点から等距離にある点の集合として直線を捉える見方を経験する。これは直線が構成される方法に言及するものであり，その意味で図形の動的な側面を備えた見方といえる。そして中学２年において１次関数の学習とともに直線の方程式を学び，高等学校では複数の直線の位置関係を方程式との関連において再び考察する。また，円についても，小学校で「コンパスでか

いたような円い形」として学んだ後，中学校でその性質について学習する。その一方，円周角の定理の逆を学習することによって，円を構成する方法について新しい視点を得，円に対する見方や考え方に深まりが生まれる。そして，高等学校数学においてその方程式を学習し，円の図形的な性質や他の図形との関係などの考察につながっていく。このように，これまでの見方・考え方と関連づけながら別の新しい見方を作り上げていくような数学的活動を重視することによって，その図形に対する理解が深まっていくことが期待される。

放物線は，中学校数学において身近なものとしてその有用性が紹介され，しかもその先の高等学校数学でも数学Ⅰや数学Ⅱにおいて頻繁に登場するなど，学習者にとってはなじみの深い図形の一つと言える。そこで次節では，高等学校で数学を学ぶ多くの生徒が数学Ⅱの中でその図形的な定義について学び，放物線に関する理解を深めていくことを想定した教材について考察し，それをもとに行った授業実践の事例について検討する。

４．放物線の定義の指導に関する実践事例と考察

(1) 数学Ⅱにおける「図形と方程式」の単元と放物線

高等学校数学Ⅱの「図形と方程式」の単元で扱い得る問題で，放物線の図形的な定義への議論に結びつけることのできる例について考察する。生徒は，数学Ⅰにおいて「２次関数$y=ax^2$のグラフの形の曲線を放物線という」と学んでいる。よって，いずれの例もその図形が放物線であることを，得られる方程式によって結論づけることができるが，その解決の過程や利用した図を振り返ることによって，放物線の図形的な性質に考察を発展させることができる。また，学習者が実際に活動を行う中で数学的性質を抽出することができるので，主体的かつ協働的な学びにつなげていくことも可能である。

（例１）円の中心の集合

> 定点Fを通り，定直線mに接する円の中心Pの集合は放物線である。

この例では，定点を通り，ある直線に接する円の中心の集合として得られる図形を考える。実際にいくつもの円をコンパスで描くことによって，学習者の実際の活動から得られた結果をもとにして「予想－検証」の流れを確保することができる。作図の問題としては，接点Hを決め，Hから引いた垂線と線分HFの垂直二等分線の交点としてPが得られる。

［証明］

F$(0,k)$，m：$y=0$（x軸）とする。

ここでP(x, y)とすると，円とx軸との接点Hに対してPF＝PHであるから

$$\sqrt{x^2+(y-k)^2}=|y|$$

両辺を平方して整理すると

$$y=\frac{1}{2k}x^2+\frac{k}{2} \quad （放物線）$$

終

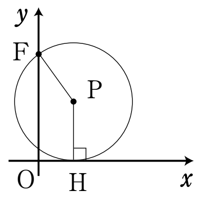
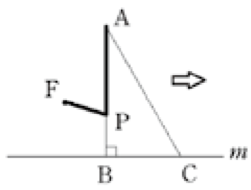


図３

（例２） 線分の折れ目としての点の集合

> 直角三角形ABCがあり，辺ABと同じ長さの糸を準備する。図のように糸の端点の一方を頂点Aに固定し，他方を点Fに固定する。辺ABに沿って糸を張り，糸の折れ曲がった点をPとする。直角三角形ABCを直線mにそって動かすとき，点Pの集合は放物線である。



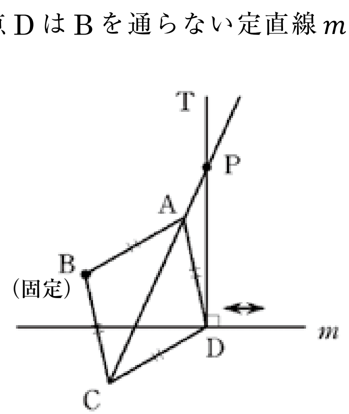
三角定規と糸を用いて，操作的な活動から求める図形を予想することができる例である。この種の問題は「点の運動によってできる図形」として，以前は中学校の教科書に掲載されていたこともある（黒田勝成ほか（1962）[3] など）。

［証明］

AB＝aとすると，AP＋PB＝a，AP＋PF＝aであるから，点PはBP＝PFを満たす。よって，直線mと点Fとの距離をkとすれば，あとは（例１）と同様。

（例３） ２直線の交点の集合

> 次の条件を満たす点Pの集合は放物線の一部である。
> ①１辺の長さ３のひし形ABCDは点Bが固定されており，点DはBを通らない定直線m上を動く。
> ②点Dから直線mに対して垂直な半直線DTが伸びている。
> ③ひし形の対角線CAを延長した半直線とDTとの交点をPとする。



いくつかの部品を組み合わせた機構が描く図形として放物線を考察する。ひし形ABCDにおいてBを固定し定直線上でDを動かすとき，ひし形ABCDの形は変化するが，機構の中に存在する図形の不変な関係に注目することによって，直線の方程式を利用して点Pの動きを分析することができる。なお，この（例３）は礒田（2009）[4]を参考にして作成したものである。

［証明］

座標平面を導入し，定直線 m を x 軸とし，点B，Pをそれぞれ B$(0, k)$，P(x, y) とする。

動点Dを変数 t を用いて $(t, 0)$ と表せば，直線CAは線分BDの垂直二等分線であるから，その方程式は

$y=\frac{t}{k}x-\frac{t^2}{2k}+\frac{k}{2}$　…　①

また，直線DTの方程式は　$x=t$　…　②

①②から　$y=\frac{1}{2k}x^2+\frac{k}{2}$　（放物線）　$\boxed{終}$

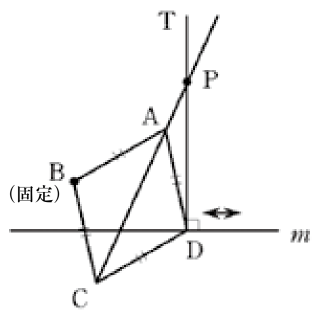
(2) 学習指導の展開の事例

(1) の（例３）とそこから派生する問題に関連する内容を扱った，高等学校２年生を対象とした授業の実践例を分析する。授業は

第１次　軌跡に関する問題と放物線の図形的定義
第２次　直線が通過する領域
第３次　放物線の性質の探究

を３時間で実施した。以下において，第１次の授業を中心に学習指導の様子を示し，教材としての可能性を検討する。

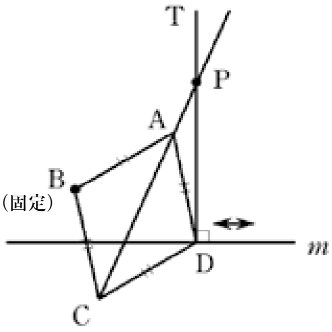
学習指導案

学習内容	学習活動	指導上の留意点・評価
（導入） ・軌跡と方程式についての復習	○前時の学習内容の確認 ・前回の授業で使用した学習プリントをもとに軌跡と方程式に関する学習内容を振り返る。	
・装置が描く図形の予想	○放物線作図装置の分析 この装置を用いて描かれる図形は何だろうか。 ・装置の仕組みを分析し，実際にその装置によって描かれる点を作図してみる。 ・複数の点を集めてみることで，できあがる図形を予想する。	予想される生徒の反応 ・円　　・放物線　　・直線
（展開） ・方程式を利用した軌跡の考察	○予想の検証 ・予想を確認するための方法を考える。 ・座標平面を設定して方程式を求める。 ・得られた方程式から，描かれている図形が放物線であることを確認する。	・図形を適切な方程式に表現することによって，点の集合として描かれる図形を求めることができる。【数学的な技能】 ・解決の過程を他者に表現し理解を深める。
・放物線の定義	○放物線の定義に関する考察 放物線はどのような点の集合として定義されるだろうか。 ・解決の過程で用いた図を分析することを通して，放物線の定義に関して考察する。 ・定点と定直線から等距離にある点の集合の軌跡を求める。 ・必要十分性を確認することで，放物線の定義についてまとめる。	・一定になっている値（点Bまでの距離と x 軸までの距離の比）に注目させる。 ・焦点と準線から等距離にある点の集合としての放物線の定義を理解することができる。【知識・理解】
（まとめ）	○本時の学習のまとめ ・方程式を用いて軌跡を求めた解決過程を振り返る。 ・軌跡としての放物線の捉え方を確認する。	

ア．授業の実際と分析

基本となる問題の提示

『この装置で描かれる図形は何か。』



実際に機構が動く様子を見せた後に，全体で課題の条件設定を再度確認する。この段階では，点Pの軌跡を予想するのは困難であった。

作図と点Pの集合の予想

最初に，条件を満たす点Pを定規とコンパスを用いて作図する。この作図は，後に点Pが満たすべき条件を考察する場面において重要な意味を持つ。

次に，各自の描いた点Pを透明のシートに写し取り，それらをグループで重ねてみる（**図４**）。一人一人が描いた平行四辺形ABCDの形は異なるが，複数枚重ねたシートを観察することによって点Pの集合として得られる図形を予想する。この場面においては，「たぶん○○ではないか」という予想が生じ，自然な形で意見の交流が始まるが，装置の仕組みが複雑であるために，その根拠の解明は容易ではない。これにより，個人で再び詳細に考察する必要性がでてくる。つまり，このグループによる意見交流の学習場面は，その後に個人の詳細な考察の必要性が生じるように設定されている。

図４　シートに重ねた点の集合

軌跡と方程式

適切に座標の設定を行い（考えやすくするために，F(0, 2)，直線 m を x 軸とする），点P(x, y) として方程式　$y=\frac{1}{4}x^2+1$ を導くことによって，点Pの集合として得られる軌跡が放物線であることを結論づける。このとき，直線CAを導く場面においては，授業の前半の作図の様子（ひし形の対角線が互いに中点で直交する）を振り返ることによって，直線の方程式を求める。また，最初は個人で考察させるが，その途中で「この後に再びグループで情報を共有する」ことを予告することで，他者の存在を意識した表現の工夫を促すことが可能となる。

そしてグループ活動による情報の共有と議論を行い，交流によって得られた視点を参考にして，再び自分の考え方を精緻化していくという流れをたどる。この「個人→グループ→個人」の一連の過程を経て，数学的な概念の深い理解へとつながっていくようにすることが重要である。

放物線の定義（新たな問いの発生Ⅰ）

円が図形的には「定点から一定の距離にある点の集合」として捉えられ，数学Ⅱの学習を経てその方程式が

$(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$

と表されたことに触れ，同様に放物線の図形的な定義についても考察させる。作図の場面に関する振り返りによって，点Pが線分BDの垂直二等分線上にあることから，点Pから定点Bまでの距離と，点Pと直線 m（x 軸）の距離とが等しいことを確認する。そして，放物線が「定点と定直線から等距離にある点の集合」として定義されることを理解させる。

イ．課題の発展と新たな問いの発生

第１次で扱った教材は，次のように課題を発展させ連続的な学習へとつなげていくことができる。

直線の通過する領域の問題（新たな問いの発生Ⅱ）

第２次の授業では，前回扱った問題の解決を振り返る中で，ひし形の対角線とできあがった放物線との関係に注目させる。

直線CAが求めた放物線に接することが，２つの曲線の方程式を連立することで確認できる。実際

$$y=\frac{t}{k}x-\frac{t^2}{2k}+\frac{k}{2} \quad \cdots \quad ①$$

$$y=\frac{1}{2k}x^2+\frac{k}{2} \quad \cdots \quad ②$$

を連立すると

$$\frac{1}{2k}x^2-\frac{t}{k}x+\frac{t^2}{2k}=0$$

$\frac{1}{2k}(x-t)^2=0$　したがって　$x=t$（重解）

このように，放物線が直線CAの包絡線として

得られることがわかる。よって，求める放物線の方程式は，①と，①の両辺を t について偏微分した

$$x-t=0 \quad \cdots \quad ①'$$

を連立することで求められる。

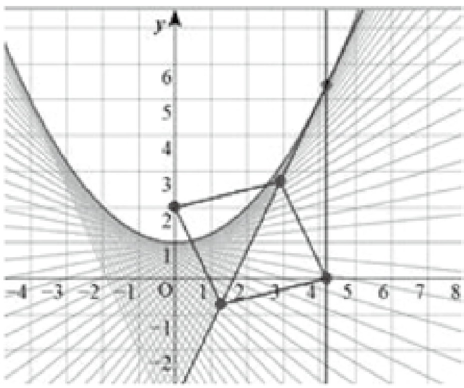


図 5

生徒にとっては，直線 CA が放物線に接することは理解できるが，その直線が放物線の下側のすべての領域を通ることは明らかではない。そこで，直線の通過する領域の問題として次ように新たな問いを提示する。

> 直線　$y=\frac{t}{2}x-\frac{t^2}{4}+1$ が通過する領域を図示せよ。

この種の問題は，数学Ⅱの「不等式と領域」の分野で扱われるものであるが，生徒にとって理解が困難なものの一つである。実際の授業においては，直線が点(x, y) を通るための必要十分条件について，直線を決定する実数 t の存在条件を 2 次方程式の判別式を利用して議論することになる。ここまでの教材の配列の工夫によって，この問題を他の分野から孤立した単独の存在としてではなく，前回の問題解決から派生した新たな問いとして扱うことができ，学習指導の連続性を実現することができると考えられる。

また，直線 CA が放物線の接線になっているという前半部分の議論は，放物線上のある点における接線が焦点と準線上の点を結んだ垂直二等分線として得られることを示しており，このことから光が接線に反射する様子について考察することもできる。

<u>放物線の性質の探究</u>

第 3 次の授業では，第 1 次の課題の解決の様子を振り返り，放物線の焦点と準線の存在と，放物線の図形的な定義を再度確認した後に，次のような課題に取り組む。

> 放物線　$y=\frac{1}{4}x^2+1 \quad \cdots \quad ①$　とその焦点 F(0, 2) を通る直線が交わる点を A，B とする。線分 AB を直径とする円をかいてみよう。

実際の授業では，最初に生徒各自が直線を引いて円を作図し（**図 6**），それらが x 軸に接しているという予想を持たせたうえで，数学Ⅱの図形と方程式の知識をもとに以下の［解 1］の方法で解決を図った。その後，放物線の性質（定義）を用いた解決［解 2］を行う中で，放物線に対する多様な見方や考え方を共有することができた。

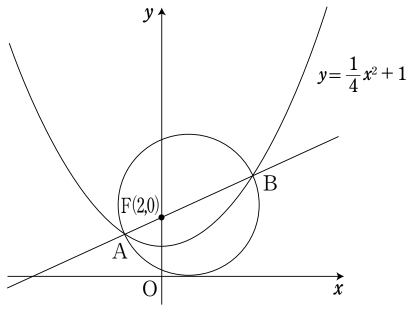


図 6

［解 1］（方程式を利用した解決）

焦点 F を通る直線の方程式を $y=ax+2$ とする。放物線①の方程式へ代入して整理すると

$x^2-4ax-4=0 \quad \cdots \quad ②$

②は異なる 2 つの実数解をもち，それを $\alpha, \beta\ (\alpha<\beta)$ とすると，2 次方程式の解と係数の関係から

$$\alpha+\beta=4a,\ \alpha\beta=-4$$

が成り立つ。

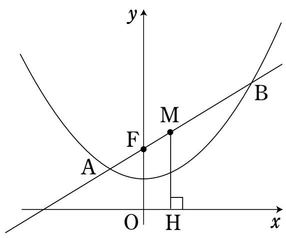


図 7

ここで，線分 AB の中点を M とすると，その座標は $M(2a, 2a^2+2)$ となる。これによって，M から x 軸に垂線 MH をひくとき　MH＝ $2a^2+2$ となる。

一方で，

$$AM = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}\sqrt{(\beta-\alpha)^2+\{(a\beta+2)-(a\alpha+2)\}^2}$$

$$= \frac{\sqrt{a^2+1}}{2}\sqrt{(\beta-\alpha)^2}$$

$$= \frac{\sqrt{a^2+1}}{2}\sqrt{(\beta+\alpha)^2-4\alpha\beta}$$

$$= 2a^2+2$$

したがって，　AM＝MH

ゆえに　AB を直径とする円は x 軸に接する。　終

［解２］（図形的性質を利用した解決）

A，B から x 軸にそれぞれ垂線 AI，BJ をひく。このとき，AI＝p，BJ＝q とすると放物線の性質（定義）によって

AF＝p，BF＝q であるから

$$AM = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}(AF+BF)$$

$$= \frac{1}{2}(p+q)$$

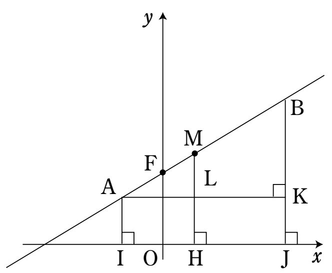


図８

一方，A から JB に垂線 AK を引くとき，AK と MH の交点を L とすれば AI // MH // BJ であるから

AI＝LH＝KJ＝p

さらに，

$$LM = \frac{1}{2}BK = \frac{1}{2}(q-p)$$

したがって，$MH = LM + LH = \frac{1}{2}(p+q)$

ゆえに，AM＝MH　終

この事例のように，焦点と準線の存在を理解した段階でこの放物線の性質の考察を行うとき，図形に対するより多様な見方や考え方を引き出すことが期待できる。ちなみに，この問題においてできあがる円が通過する領域は**図９**のようになる。これも，数学Ⅱの中で扱い得る問題である。（先ほどの直線の場合とは異なり，今回の問題では円は準線の上側をすべて埋め尽くすわけではない）

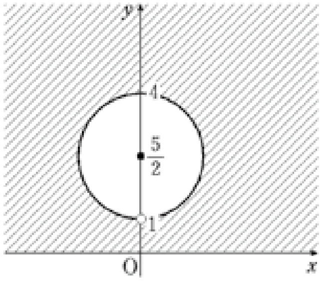


図９　円が通過する領域

ウ．課題と展望

円と直線の位置関係に関する学習においては，方程式による考察（方程式の解の個数から，共有点の個数について分析すること）や，図形的な考察（円の中心と直線との距離と半径の大小関係の分析）など，いろいろな面から課題を考察し解決する経験によって，学習者の図形に対する理解は深まっていくものと考えられる。これと同じように，放物線に関しても多様な側面から考察する経験を持たせることが重要である。本稿での実践は，放物線の図形的な定義を学習し課題を解決することを通して，多様な側面から物事を見たり考えたりする能力の育成や，その図形に対する理解の深まりを期待して行ったものである。今回の授業は，授業者による適切なサポートを行うことで数学Ⅱの学習段階での位置づけが十分に可能であったと思われるが，次のような点に留意して改善を図っていきたい。

①座標の設定について

図形的な性質を予想し，それを座標平面を用いて解決するに当たって，適切な座標の設定については生徒の中にかなりの困難性が見られた。どこを原点にして，何を変数として扱うのかということに関しては指導者の適切なサポートが必要であるように感じられる。特に，（例３）の課題においては，実際にはひし形の１辺の長さは議論に影響を与えない。この条件は，生徒に作図させてから性質を予想させるために与えたものであるが，座標設定においてはその長さを反映させようとして困難に陥った生徒も多かったように思われる。

②協働的な解決

主体的で協働的な学習の促進を考えるとき，複数の活動の結果をあわせてみて共通性や規則を発見・抽出する授業展開は有効である。そこでは，自然とアイデアの交流が始まり，同時に自分の考え方を見つめ直したり精緻化したりする必要性も生起する。いわゆる数学的活動が表面的なものに終始しないよ

うな配慮のもと，協働的な学びを実現することが重要である。
③自分で作図を行うこと

コンピュータの画面上の動きを観察することだけで議論を済ませるのではなく，学習者が作図によって求める図形を実際に描いてみることは，図形の性質を探究する上で重要な学習活動である。その後の考察においては，作図の順序や作図において自分が気をつけた点に議論の核心が含まれている。また，自分の手で図形を実際に描くという活動は，その図形に対する新たな見方や考え方を引き出すきっかけを与えるだけでなく，目の前の課題に対して粘り強く取り組む態度の育成にもつながるものと考えられる。ICT の利用においては，授業の流れの効率化のみを優先することで，これらの点が省略されてしまうことのないように注意する必要がある。

5. おわりに

放物線の定義に関しては，数学Ⅱの授業において議論することは十分に可能であると思われる。身近な存在である放物線の図形的な性質を扱う教材について，提示の方法や設定を工夫しながら多くの事例を集めて教材化し，高等学校で数学を学ぶ多くの生徒にその美しさを実感させることができるような授業の実現につなげていきたい。

引用・参考文献

1）文部科学省，『中学校学習指導要領』，東山書房，2008，54.
2）岡部恒治ほか，『改訂版　中学校数学３』，数研出版，2016，105.
3）黒田勝成ほか，『中学数学３年』，日本書籍，1962，185.
4）礒田正美　編，『曲線の事典　性質・歴史・作図法』，共立出版，2009.
5）溝上慎一，『アクティブラーニングと教授学習パラダイムの転換』，東信堂，2014.
6）永田潤一郎，『数学的活動をつくる』，東洋館出版，2012.
7）文部科学省，『高等学校学習指導要領』，東山書房，2009.