

# 数学科学習指導案

指導者 豊内 智仁

- 1 日 時 令和4年6月2日(木) 第5校時(13:40~14:30)
- 2 学年・組 中学校第3学年1組 計39名(男子19名, 女子20名)
- 3 場 所 中学校3年1組教室
- 4 題 材 名 ピタゴラス数(課題学習)
- 5 題材について

本時の課題は、三平方の定理を3辺が整数である直角三角形で確認した後の課題学習として位置付けている。3辺の長さの組がピタゴラス数となる直角三角形の縦と横の長さに着目しながら2つの数の関係を考察する。GeoGebraで直角三角形をつくりながら思考した。課題1で見つけた点を生徒とすべて確認し、その後座標軸にプロットする。課題2では点の分布から規則性を見だし、縦と横の長さを1~30までに限定しない場合のピタゴラス数の見つけ方を考察する。その過程で、ピタゴラス数になる場合のパターンを考える場合の数や点の分布を比例のグラフなどの既習知識を復習したり、曲線のグラフを見つけて式で表せないか工夫したりするなど数学的な思考力を高めることができる教材である。また、平方根を既習ではなくても実施できるので、4月の授業開きの位置づけで発展的な課題として生徒の数学への関心意欲態度を高めることができる。

生徒はこれまでに、図形領域の学習においてGeoGebraの教材を使って学習しており、図形の操作をタブレット上で行うことには慣れている。2年次の平行と合同の単元では、星形の多角形の内角の和を求めるために、多角形の各点を動かして形を変えるなどの学習をしている。しかし、数量どうしの規則性を見出すことにおいては、関数、図形領域ともに苦手意識がある。また、複雑な計算が伴う問題では、意欲が下がる傾向にあるので、なるべく計算でつまづくことがないように工夫する必要がある。

したがって指導にあたっては、ICTを活用することで、計算で求めるのではなく、直角三角形を実際につくりながらピタゴラス数を見つけやすくした。また、点の対称性や規則性に気づきやすくなるように、ICTだけでなくワークシートでも座標軸にプロットしたものを用意し、補助線がハンズオンで引けるよう工夫した。さらに、縦横1~30という範囲で限定したところで規則性を見つけさせた後、範囲を広げても成り立つことを1~100の範囲で確かめさせるといった、数の組み合わせの中から規則性を捉える数学科の魅力を実感できる課題を設定した。

## 6 題材の目標

- (1) ピタゴラス数を自分なりの方法で見つけようとしている。
- (2) ピタゴラス数の点の規則性を、既習の数学的知識をもとに、理解することができる。
- (3) 1~30の限られた範囲からすべてのピタゴラス数の点の見つけ方を予想することができる。

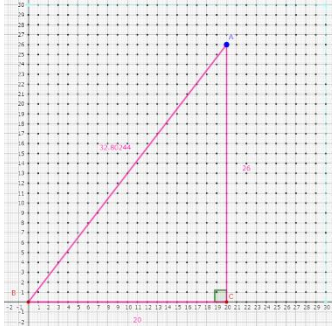
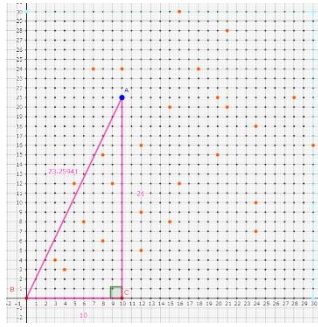
## 7 指導計画(全2時間)

時	学習内容
1	三平方の定理(3辺が整数の場合の直角三角形のみ)
2	ピタゴラス数(本時)

## 8 本時の目標

- ピタゴラス数の規則性に気づくことができる。

## 9 学習の展開

学習活動と内容	指導上の留意点（◆評価）
<p>1. 導入（5分）</p> <p><input type="checkbox"/> 既習事項である三平方の定理を確認し、ピタゴラス数について確認する。</p> <p>2. 展開（40分）</p> <p><input type="checkbox"/> 課題を提示する。</p>	<p>○ GeoGebra で実際に直角三角形を作っていきながら 3, 4, 5 や 5, 12, 13 の具体例を確認する。</p>
<p><b>【課題1】</b></p> <p>ピタゴラス数をたくさん見つけよう！ （縦と横の長さは1～30まで）</p>	
<p><input type="checkbox"/> 課題に取り組む。</p> <p><b>【予想される生徒の考え】</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・ ひたすら動かしてみよう。</li> <li>・ 何か規則性がありそうだな。</li> <li>・ (3, 4) と (4, 3) みたいにひっくり返しただけの点があるから、片方見つければ良さそうだな。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ ピタゴラス数の3数のうち、縦と横の2数に注目することを確認する。</li> <li>○ GeoGebra を動かしながら、ピタゴラス数を見つけさせる。電卓機能を使って計算で求めてもよいこととする。</li> <li>◆ ピタゴラス数を自分なりの方法で見つけようとしている。<b>【主体的に学習に取り組む態度】</b></li> <li>○ 全18組を板書しながら確認する。</li> <li>○ 全体で意見を交流する。</li> </ul>
<p><b>【課題2】</b></p> <p>ピタゴラス数の点の分布から 見つけ方を考えよう！</p>	
<p><input type="checkbox"/> 課題に取り組む。</p> <p><b>【予想される生徒の考え】</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・ 対称になっている点があるな。</li> <li>・ 比例のグラフが見えるな。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ 3人もしくは4人班をつくり、<b>【課題1】</b>のピタゴラス数の点の分布がすでにプロットされたGeoGebraを見ながら考えさせる。</li> </ul>

<p>・式で表せそうだな。 □全体で意見を共有する。</p> <p>3. まとめ (5分) □ピタゴラス数を求める一般式について確認する。</p>	<p>◆ピタゴラス数の規則性に気づくことができている。【思考・判断・表現】</p> <p>○画面共有をしながら説明させる。</p> <p>○曲線のグラフを式化することについては高校の範囲であるため、生徒から意見が出たときのみ扱う。</p> <p>○本時では、ピタゴラス数の見つけ方をグラフから考えたが、公式があることに触れ、今後の学習意欲につなげる。</p>
---	---

## 10 授業の分析

これまでの学習で GeoGebra の教材を習慣的に使っているのもあって、授業を進めるうえでの生徒の活動の滞りはなく円滑に進んだ。ICT を活用することで、直角三角形を実際につくりながらピタゴラス数を見つけやすくしたので、複雑な計算も伴わず、個人・グループともに終始意欲的に取り組む様子が見られた。また、ICT だけでなくワークシートを配布したことで、自由に補助線を引いて関数的な見方で規則性を見出そうとする生徒も多く見られ、「比例」の考え方や曲線から「反比例」ではないかという予想が生まれ、本当に「反比例」になるかを判断するところまで課題を深めることができた。反比例ではないが規則的に見える曲線を式に表したいという生徒も見られ、高等学校数学の単元「二次曲線」に向けて意欲を高めることができた。1～100 までのピタゴラス数の点のプロットを提示した際には、一見ランダムに見えていたピタゴラス数には、実は規則性があるということを目で実感できたという生徒もいて数学の不思議さ、楽しさを体験させることができる題材であると考えている。