

2023年10月入学, 2024年4月入学 (October 2023 and April 2024 Admission)  
広島大学大学院先進理工系科学研究科博士課程前期 (一般選抜) 専門科目入学試験問題  
問題用紙

Graduate School of Advanced Science and Engineering (Master's Course), Hiroshima University  
Entrance Examination Booklet (General Selection)  
Question Sheets

(2023年8月24日実施 / August 24, 2023)

|                 |   |                  |                                      |                           |   |
|-----------------|---|------------------|--------------------------------------|---------------------------|---|
| 試験科目<br>Subject | 情報科学 (専門科目 I)<br>Informatics and Data Science I | プログラム<br>Program | 情報科学<br>Informatics and Data Science | 受験番号<br>Examinee's Number | M |
|-----------------|---|------------------|--------------------------------------|---------------------------|---|

試験時間: 9時00分~11時00分 (Examination Time: From 9:00 to 11:00)

### 受験上の注意事項

1. この問題用紙は表紙を含み5枚あります。
2. 表紙および各ページに, 受験番号を記入してください。
3. これは問題用紙です。解答は別冊の解答用紙に記入してください。
4. 解答が書ききれないときは, 同じ用紙の裏面を利用しても構いません。ただし, その場合は「裏に続く」などと記入して裏面に記載したことが分かるようにしてください。
5. すべての問題に解答してください。
6. 問題用紙は解答用紙とともに回収します。
7. 質問あるいは不明な点がある場合は手を挙げてください。

### Notices

1. There are 5 question sheets including a front sheet.
2. Fill in your examinee's number in the specified positions in this cover and each question sheet.
3. This examination booklet consists of only question sheets. Use other separate sheets for answers.
4. If the space is exhausted, use the reverse side of the sheet and write down "to be continued" on the last line of the sheet.
5. Answer all the questions.
6. Return these question sheets together with the answer sheets.
7. Raise your hand if you have any questions.

2023年10月入学, 2024年4月入学 (October 2023 and April 2024 Admission)  
 広島大学大学院先進理工系科学研究科博士課程前期 (一般選抜) 専門科目入学試験問題  
 Graduate School of Advanced Science and Engineering (Master's Course), Hiroshima University  
 Entrance Examination Booklet (General Selection)

(2023年8月24日実施 / August 24, 2023)

|                 |   |                  |                                      |                           |   |
|-----------------|---|------------------|--------------------------------------|---------------------------|---|
| 試験科目<br>Subject | 情報科学 (専門科目 I)<br>Informatics and Data Science I | プログラム<br>Program | 情報科学<br>Informatics and Data Science | 受験番号<br>Examinee's Number | M |
|-----------------|---|------------------|--------------------------------------|---------------------------|---|

問題 1 (Question 1)

$n$  次実対称行列  $A = [a_{ij}]$  の  $n$  個の固有値を  $\lambda_1 \leq \lambda_2 \leq \dots \leq \lambda_n$  とし, 対応する固有ベクトルを  $u_1, u_2, \dots, u_n$  とする. 以下の問に答えよ.

- (1)  $tr(A) = \sum_{i=1}^n \lambda_i$  となることを示せ.
- (2)  $\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij}^2 = \sum_{i=1}^n \lambda_i^2$  となることを示せ.

Let  $A = [a_{ij}]$  be an  $n \times n$  real symmetric matrix with eigenvalues  $\lambda_1 \leq \lambda_2 \leq \dots \leq \lambda_n$  and corresponding eigenvectors  $u_1, u_2, \dots, u_n$ . Answer the following questions.

- (1) Show that  $tr(A) = \sum_{i=1}^n \lambda_i$ .
- (2) Show that  $\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij}^2 = \sum_{i=1}^n \lambda_i^2$ .

2023 年 10 月入学, 2024 年 4 月入学 (October 2023 and April 2024 Admission)  
 広島大学大学院先進理工系科学研究科博士課程前期 (一般選抜) 専門科目入学試験問題  
 Graduate School of Advanced Science and Engineering (Master's Course), Hiroshima University  
 Entrance Examination Booklet (General Selection)

(2023 年 8 月 24 日実施 / August 24, 2023)

|                 |   |                  |                                      |                           |   |
|-----------------|---|------------------|--------------------------------------|---------------------------|---|
| 試験科目<br>Subject | 情報科学 (専門科目 I)<br>Informatics and Data Science I | プログラム<br>Program | 情報科学<br>Informatics and Data Science | 受験番号<br>Examinee's Number | M |
|-----------------|---|------------------|--------------------------------------|---------------------------|---|

問題 2 (Question 2)

2 変数関数  $\varphi(u, v)$ ,  $\psi(u, v)$  は  $C^\infty$  級で  $\varphi(0, 0) = \psi(0, 0) = 0$  とし,  $f(x, y) = e^{-x^2-y^2}xy$  とする.  
 以下の問いに答えよ.

- (1)  $(x, y) = (0, 0)$  において, 関数  $f(x, y)$  が極値をとるかどうかが調べよ.
- (2)  $\frac{\partial \varphi}{\partial u}(0, 0) = a$ ,  $\frac{\partial \varphi}{\partial v}(0, 0) = b$ ,  $\frac{\partial \psi}{\partial u}(0, 0) = c$ ,  $\frac{\partial \psi}{\partial v}(0, 0) = d$  とし,  $f(x, y)$  と  $\varphi(u, v)$ ,  $\psi(u, v)$  との合成関数を  $g(u, v) = f(\varphi(u, v), \psi(u, v))$  とするとき,  $g(u, v)$  のマクローリン展開を 2 次の項まで求めよ.
- (3)  $ad - bc \neq 0$  とするとき,  $(u, v) = (0, 0)$  において  $g(u, v)$  が極値をとるかどうかが調べよ.

Let  $\varphi(u, v)$  and  $\psi(u, v)$  be two variable  $C^\infty$  functions with  $\varphi(0, 0) = \psi(0, 0) = 0$ , and let  $f(x, y) = e^{-x^2-y^2}xy$ .  
 Answer the following questions:

- (1) Determine if the function  $f(x, y)$  has a local extremum at  $(x, y) = (0, 0)$ .
- (2) Let  $\frac{\partial \varphi}{\partial u}(0, 0) = a$ ,  $\frac{\partial \varphi}{\partial v}(0, 0) = b$ ,  $\frac{\partial \psi}{\partial u}(0, 0) = c$ , and  $\frac{\partial \psi}{\partial v}(0, 0) = d$ . Let  $g(u, v)$  be a two variable composite function  $g(u, v) = f(\varphi(u, v), \psi(u, v))$ . Calculate the Maclaurin polynomial of degree 2 for  $g(u, v)$ .
- (3) Determine if the function  $g(u, v)$  has a local extremum at  $(u, v) = (0, 0)$  in the case that  $ad - bc \neq 0$ .

(2023 年 8 月 24 日実施 / August 24, 2023)

|                 |  |                  |                                      |                           |   |
|-----------------|--|------------------|--------------------------------------|---------------------------|---|
| 試験科目<br>Subject | 情報科学 (専門科目 I)<br>Informatics and Data Science I. | プログラム<br>Program | 情報科学<br>Informatics and Data Science | 受験番号<br>Examinee's Number | M |
|-----------------|--|------------------|--------------------------------------|---------------------------|---|

問題 3 (Question 3)

$X_1, X_2, \dots, X_n$  は互いに独立かつ同一な分布に従う離散型確率変数とし,  $X_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) の確率関数を

$$P(X_i = k) = p_k \quad k = 0, 1, \dots, m$$

とする. ただし  $p_k \geq 0$ ,  $\sum_{k=0}^m p_k = 1$  である. また  $X_1, \dots, X_n$  のうち  $X_i = k$  となる  $X_i$  の個数を確率変数  $Y_k$  で表す.

- (1)  $m = 1$  とするとき, 確率  $P(Y_1 = k)$  が

$$P(Y_1 = k) = \binom{n}{k} p_1^k p_0^{n-k}$$

となることを示せ.

- (2)  $m = 1$  とするとき, 平均  $E[Y_1]$  および分散  $\text{Var}[Y_1]$  を求めよ.  
 (3)  $m = 2$  とするとき, 確率  $P(Y_1 = k)$  を求めよ.  
 (4)  $m = 2$  とするとき, 確率  $P(Y_2 = k | Y_1 = l)$  を求めよ.  
 (5)  $m = 2$  とするとき, 確率  $P(Y_1 = y_1, Y_2 = y_2)$  を求めよ.

Let  $X_1, X_2, \dots, X_n$  be mutually independent and identically distributed discrete random variables. The probability mass function of  $X_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) is given by

$$P(X_i = k) = p_k \quad k = 0, 1, \dots, m,$$

where  $p_k \geq 0$  and  $\sum_{k=0}^m p_k = 1$ . Let  $Y_k$  be the number of  $X_i$  that equal  $k$  among  $X_1, \dots, X_n$ .

- (1) When  $m = 1$ , prove that the probability  $P(Y_1 = k)$  is given by

$$P(Y_1 = k) = \binom{n}{k} p_1^k p_0^{n-k}.$$

- (2) When  $m = 1$ , find the mean  $E[Y_1]$  and the variance  $\text{Var}[Y_1]$ .  
 (3) When  $m = 2$ , find the probability  $P(Y_1 = k)$ .  
 (4) When  $m = 2$ , find the probability  $P(Y_2 = k | Y_1 = l)$ .  
 (5) When  $m = 2$ , find the probability  $P(Y_1 = y_1, Y_2 = y_2)$ .

2023 年 10 月入学, 2024 年 4 月入学 (October 2023 and April 2024 Admission)  
 広島大学大学院先進理工系科学研究科博士課程前期 (一般選抜) 専門科目入学試験問題  
 Graduate School of Advanced Science and Engineering (Master's Course), Hiroshima University  
 Entrance Examination Booklet (General Selection)

(2023 年 8 月 24 日実施 / August 24, 2023)

|                 |   |                  |                                      |                           |   |
|-----------------|---|------------------|--------------------------------------|---------------------------|---|
| 試験科目<br>Subject | 情報科学 (専門科目 I)<br>Informatics and Data Science I | プログラム<br>Program | 情報科学<br>Informatics and Data Science | 受験番号<br>Examinee's Number | M |
|-----------------|---|------------------|--------------------------------------|---------------------------|---|

問題 4 (Question 4)

平面上の頂点集合とそれらの頂点を交差なく結ぶ辺集合からなるグラフを平面グラフと呼び, 平面グラフと同型なグラフを平面的であると言う. また位数 (= 頂点数) $x$  の完全グラフを  $K_x$  と記す. 以下の問いに答えなさい.

- (1)  $K_4$  は平面的か, 理由とともに答えなさい.
- (2) 自己ループを含まず任意の 2 頂点間に高々 1 本の辺が張られているグラフを単純グラフと呼び, どの 2 頂点間に辺を追加しても平面性が損なわれるような単純平面グラフを極大平面グラフと呼ぶ. 位数  $p (\geq 3)$  の極大平面グラフの辺数  $q$  が, 領域数  $r$  を用いて  $q = (3/2)r$  であらわされることを証明しなさい.
- (3) 上の結果を用いて, 位数  $p$  の任意の平面グラフの辺数  $q$  が  $q \leq 3p - 6$  を満たすことを証明しなさい. 証明では平面グラフに関するオイラーの公式を用いて構わない.
- (4)  $K_5$  の辺数は 10 なので, 上の結果から  $K_5$  が平面的ではないことがわかる. では  $K_5$  から任意の辺を 1 本削除して得られるグラフは平面的か, 理由とともに答えなさい. 回答では, 上述の " $q \leq 3p - 6$ " がグラフが平面的であるための必要条件ではあるが十分条件ではない点に留意すること.

A graph that is drawn in the plane with a collection of vertices and edges, without any crossing, is called a plane graph. A graph is said to be planar if it can be transformed into a plane graph through isomorphism. Let  $K_x$  denote a complete graph with  $x$  vertices; i.e., order  $x$ . Answer the following questions.

- (1) Answer whether  $K_4$  is planar or not, together with the reason.
- (2) A graph with no self-loop and at most one edge between any two vertices is called a simple graph and a simple graph whose planarity is violated by adding an edge between any two vertices is called a maximal planar graph. Prove that the number of edges  $q$  of any maximal planar graph of order  $p (\geq 3)$  satisfies  $q = (3/2)r$ , where  $r$  denotes the number of regions in the planar drawing.
- (3) Prove that the number of edges  $q$  of any planar graph of order  $p$  satisfies  $q \leq 3p - 6$ , using the above result. In the proof, you can use the Euler's formula on plane graphs.
- (4) The above result implies that  $K_5$  is not planar since  $K_5$  contains 10 edges. Then, answer whether the graph obtained by deleting an arbitrary edge from  $K_5$  is planar or not, together with the reason. Note that " $q \leq 3p - 6$ " is a necessary but not a sufficient condition for the graph to be planar.

2023年10月入学, 2024年4月入学 (October 2023 and April 2024 Admission)  
広島大学大学院先進理工系科学研究科博士課程前期 (一般選抜) 専門科目入学試験問題  
問題用紙

Graduate School of Advanced Science and Engineering (Master's Course), Hiroshima University  
Entrance Examination Booklet (General Selection)  
Question Sheets

(2023年8月24日実施 / August 24, 2023)

|                 |   |                  |                                      |                           |   |
|-----------------|---|------------------|--------------------------------------|---------------------------|---|
| 試験科目<br>Subject | 情報科学 (専門科目 II)<br>Informatics and Data Science II | プログラム<br>Program | 情報科学<br>Informatics and Data Science | 受験番号<br>Examinee's Number | M |
|-----------------|---|------------------|--------------------------------------|---------------------------|---|

試験時間: 13時30分~15時30分 (Examination Time: From 13:30 to 15:30)

### 受験上の注意事項

- この問題用紙は表紙を含み10枚あります。
- 表紙および各ページに, 受験番号を記入してください。
- これは問題用紙です。解答は別冊の解答用紙に記入してください。
- 解答が書ききれないときは, 同じ用紙の裏面を利用しても構いません。ただし, その場合は「裏に続く」などと記入して裏面に記載したことが分かるようにしてください。
- 問題1~6の中から3問選択して解答してください。これに加えて, 問題7に解答してください。解答は問題番号順に並んでいなくても構いませんが, 必ず問題番号を記載して解答してください。なお, 選択した問題は, 解答用紙表紙の選択欄に○印を付けてください。
- 問題用紙は解答用紙とともに回収します。
- 質問あるいは不明な点がある場合は手を挙げてください。

### Notices

- There are 10 question sheets including a front sheet.
- Fill in your examinee's number in the specified positions in this cover and each question sheet.
- This examination booklet consists of only question sheets. Use other separate sheets for answers.
- If the space is exhausted, use the reverse side of the sheet and write down "to be continued" on the last line of the sheet.
- Select 3 questions from Question 1 through Question 6 and answer these questions. Also answer Question 7 in addition to the selected 3 questions. Never fail to fill in the Question Number in each answer sheet. Moreover, mark the Question Number that you have selected with a circle in the Mark Column in the Table on the cover of the answer sheets.
- Return these question sheets together with the answer sheets.
- Raise your hand if you have any questions.

2023年10月入学, 2024年4月入学 (October 2023 and April 2024 Admission)  
 広島大学大学院先進理工系科学研究科博士課程前期 (一般選抜) 専門科目入学試験問題  
 Graduate School of Advanced Science and Engineering (Master's Course), Hiroshima University  
 Entrance Examination Booklet (General Selection)

(2023年8月24日実施 / August 24, 2023)

|                 |   |                  |                                      |                           |   |
|-----------------|---|------------------|--------------------------------------|---------------------------|---|
| 試験科目<br>Subject | 情報科学 (専門科目 II)<br>Informatics and Data Science II | プログラム<br>Program | 情報科学<br>Informatics and Data Science | 受験番号<br>Examinee's Number | M |
|-----------------|---|------------------|--------------------------------------|---------------------------|---|

問題 1 (Question 1)

表 1 に示すように, 情報源  $S = \{s_1, s_2, s_3, s_4\}$  の二元符号を  $\mathcal{A}$  とする.

表 1: 情報源  $S$  と対応する二元符号  $\mathcal{A}$

| $S$   | $\mathcal{A}$ |
|-------|---------------|
| $s_1$ | 0             |
| $s_2$ | 110           |
| $s_3$ | 10            |
| $s_4$ | $x$           |

- (1)  $\mathcal{A}$  が瞬時に復号可能となるような 4 桁の符号語  $x$  を 1 つ求めよ.
- (2) (1) における符号  $\mathcal{A}$  の二分木を作成し, これを用いて符号  $\mathcal{A}$  が瞬時に復号可能であることを説明せよ.
- (3) (1) における符号  $\mathcal{A}$  の二次拡大  $\mathcal{A}^2$  を示せ.
- (4) 符号  $\mathcal{A}$  が一意に復号可能であるかどうかを説明せよ.

As shown in Table 1, let  $\mathcal{A}$  be the binary code of the information source  $S = \{s_1, s_2, s_3, s_4\}$ .

Table 1: Information source  $S$  and corresponding binary code  $\mathcal{A}$

| $S$   | $\mathcal{A}$ |
|-------|---------------|
| $s_1$ | 0             |
| $s_2$ | 110           |
| $s_3$ | 10            |
| $s_4$ | $x$           |

- (1) Find one 4-digit codeword  $x$  such that  $\mathcal{A}$  is instantaneously decodable.
- (2) Show a binary tree for  $\mathcal{A}$  in (1), and using it, explain that  $\mathcal{A}$  is instantaneously decodable.
- (3) Show  $\mathcal{A}^2$  which is 2<sub>nd</sub>-order extension of  $\mathcal{A}$ .
- (4) Explain whether  $\mathcal{A}$  is uniquely decodable or not.



(2023年8月24日実施 / August 24, 2023)

|                 |   |                  |                                      |                           |   |
|-----------------|---|------------------|--------------------------------------|---------------------------|---|
| 試験科目<br>Subject | 情報科学 (専門科目 II)<br>Informatics and Data Science II | プログラム<br>Program | 情報科学<br>Informatics and Data Science | 受験番号<br>Examinee's Number | M |
|-----------------|---|------------------|--------------------------------------|---------------------------|---|

問題 2 (Question 2)

$A[1..n]$  を  $n$  個の相異なる数の配列とする.  $i < j$  かつ  $A[i] > A[j]$  のとき, 対  $(i, j)$  を  $A$  の反転と呼ぶ. 以下の問いに答えよ.

- (1) 配列  $A_1 = \langle 2, 1, 4, 3 \rangle$  の反転をすべて挙げよ.
- (2) 配列  $A_2 = \langle 3, 2, 8, 6, 1 \rangle$  の反転数を求めよ.
- (3)  $n$  要素の集合  $\{1, 2, \dots, n\}$  のすべての要素を持つ配列の中で, 最も多くの反転を含む配列  $A_3$  を示せ. さらに, この配列  $A_3$  が持つ反転数を求めよ.
- (4) 挿入ソートの疑似コード **Insertion-Sort**( $A_2$ ) を実行する場合を考える. 疑似コードの 5 行目と 7 行目を実行した直後における変数  $i$  と  $j$ , 配列  $A_2$  の値を実行順にすべて示せ. ただし  $A_2$  は (2) の配列と同じとする.
- (5) 疑似コード **Insertion-Sort**( $A$ ) の実行時間と入力配列  $A$  の反転数の関係を述べよ.
- (6)  $n$  個の要素からなる任意の配列が含む反転数を最悪時に  $\Theta(n \log n)$  時間で決定するアルゴリズムが作れるならばその概略を示し, 作れないならばその理由を述べよ.

Let  $A[1..n]$  be an array of  $n$  distinct numbers. If  $i < j$  and  $A[i] > A[j]$ , then the pair  $(i, j)$  is called an inversion of  $A$ . Answer the following questions.

- (1) List all inversions of the array  $A_1 = \langle 2, 1, 4, 3 \rangle$ .
- (2) Find the number of inversions of the array  $A_2 = \langle 3, 2, 8, 6, 1 \rangle$ .
- (3) Show the array  $A_3$  with the most inversions among all the arrays with all the elements of the set  $\{1, 2, \dots, n\}$  of  $n$  elements. In addition, find the number of inversions of this array  $A_3$ .
- (4) Consider the case of executing insertion sort pseudo code **Insertion-Sort**( $A_2$ ). Show all the values of variables  $i, j$  and array  $A_2$  immediately after the 5th and 7th lines of the pseudo code are executed, in order of execution. Note that the array  $A_2$  is the same as the array described in (2).
- (5) Describe the relationship between the execution time of pseudo code **Insertion-Sort**( $A$ ) and the number of inversions in the input array  $A$ .
- (6) If you can make an algorithm that determines the number of inversions in any permutation of  $n$  elements in  $\Theta(n \log n)$  worst-case time, outline it, or if you cannot, explain the reason.

**Insertion-Sort**( $A$ )

```

1 for  $j = 2$  to  $A.length$ 
2    $key = A[j]$ 
3    $i = j - 1$ 
4   while  $i > 0$  and  $A[i] > key$ 
5      $A[i + 1] = A[i]$ 
6      $i = i - 1$ 
7    $A[i + 1] = key$ 
    
```



(2023年8月24日実施 / August 24, 2023)

|                 |   |                  |                                      |                           |   |
|-----------------|---|------------------|--------------------------------------|---------------------------|---|
| 試験科目<br>Subject | 情報科学(専門科目II)<br>Informatics and Data Science II | プログラム<br>Program | 情報科学<br>Informatics and Data Science | 受験番号<br>Examinee's Number | M |
|-----------------|---|------------------|--------------------------------------|---------------------------|---|

問題 3 (Question 3)

Listing 1 は C 言語によるスタックの実装例と, それを利用してテキスト中の括弧の対応 (“{” は “}” で, “[” は “]” で閉じる)を確認するプログラムである。テキスト中の括弧の対応をスタックで確認するには, テキストの先頭から文字を一つずつ取り出して以下に示す (i)~(iv) の処理を実行し, 条件 1~4 のいずれも満たしていないことを確認する必要がある。ただし, Listing 1 は不完全であり, 2つの条件の確認と処理を実装していない。Listing 2 は Listing 1 の実行結果として, スタックの基本的な動作例およびスタックを使ったテキスト中の括弧の対応の確認結果を示している。以下の問い Q1~3 に答えよ。

- (i) 取り出された文字が括弧 (“{”, “}”, “[”, “]”) 以外の場合には何もしない。
- (ii) 取り出された文字が開き括弧 (“{”, “[”) の場合には, それをスタックに入れる (push)。ただし, push しようとするときにすでにスタックがいっぱいの場合 (条件 1) にはその後の処理が正しいことが保証されないの で確認を終了する。
- (iii) 取り出された文字が閉じ括弧 (“}”, “]”) の場合には, 最後にスタックに入れられた文字を取り出す (pop)。pop しようとするときにスタックが空の場合 (条件 2) および, pop された文字が違う種類の開き括弧である 場合 (条件 3), 括弧が対応していないと判定する。
- (iv) 全ての文字を処理した後はスタックの中身を確認する。スタックに括弧が残っていた場合 (条件 4), 括弧 が対応していないと判定する。

|      |   |
|------|---|
| Q1   | Listing 2 に示す実行結果が得られるように, Listing 1 中の空欄 Q1.1~Q1.6 を埋めよ。   |
| Q2   | Listing 1 の実行結果として, Listing 2 中の空欄 Q2.1~Q2.3 を埋めよ。  |
| Q3   | Listing 1 では, 上記の条件 1~4 の中の二つが実装されていない。Q3.1 は括弧の対応が取れていないのに Listing 1 は対応が取れていると出力する。Q3.2 は括弧の対応が取れているのに Listing 1 は対応が取れて いないと出力する。各矛盾について, どの条件が処理されていないのかを答えよ。 |
| Q3.1 | ][[{[a]}]]}   |
| Q3.2 | {[[{[[a]]}]]}   |

Listing 1 is an example implementation of a stack in the C language and a program that uses it to verify whether brackets are balanced (Use “}” to close “{”, and “]” to close “[”) in the text. To check the balance between brackets in the text using a stack, it is necessary to execute the following processes (i) to (iv) by taking out one character from the text in order from the beginning, and to judge that the brackets are balanced when not all conditions 1 to 4 are satisfied. However, Listing 1 is incomplete and does not implement two conditional processing. As the execution result of Listing 1, Listing 2 shows the basic operations of stack and the confirmation results of the balance between brackets in a text using a stack. Answer the questions Q1-3.

- (i) If the extracted character is not a bracket (“{”, “}”, “[”, “]”), do nothing.
- (ii) If the extracted character is an opening bracket (“{”, “[”), put it into the stack (push). However, if the stack is already full when trying to push (condition 1), the character can't be pushed into the stack and the subsequent processing is not guaranteed to be correct, so terminate the verification.
- (iii) If the extracted character is a closing bracket (“}”, “]”), the last opening bracket pushed onto the stack is pulled out (pop). If the stack is empty when trying to pop (condition 2) or if the types of the extracted and popped bracket are different (condition 3), judge that the brackets are not balanced.
- (iv) After processing all characters, check the contents of the stack. If there are brackets left in the stack (condition 4), judge that the brackets are not balanced.

|      |  |
|------|--|
| Q1   | Fill in the blanks Q1.1 - Q1.6 in Listing 1 to obtain the execution result shown in Listing 2.   |
| Q2   | Fill in the blanks Q2.1 - Q2.3 in Listing 2 to show the execution result of Listing 1.   |
| Q3   | In Listing 1, two of the above conditions 1-4 are not implemented. In Q3.1, although the brackets are not balanced, Listing 1 outputs that they are balanced. In Q3.2, although the brackets are balanced, Listing 1 outputs that they are not balanced. Answer which condition is not being processed for each contradiction. |
| Q3.1 | ][[{[a]}]]}  |
| Q3.2 | {[[{[[a]]}]]}  |

Listing 1: program

```

1 #include <stdio.h>
2 #define MAX_DATA 5
3
4 typedef struct stack{ // definition of stacks as a structure
5     char arr[MAX_DATA];
6     int top;
7 } STACK;
8
9 void init_stack(STACK *stk){ // initialization of a stack
10     for (int i = 0; i < MAX_DATA; i++) stk->arr[i] = '?';
11     stk->top = -1;
12 }
13
14 int push(STACK *stk, char input) { // pushing a data into the stack
15     printf("push: %c\n", input);
16     if (stk->top == Q1.1) {
17         printf("This stack is full.\n");
18         return 0;
19     } else {
20         stk->arr[Q1.2] = input;
21         return 1;
22     }
23 }
24
25 char pop(STACK *stk) { // popping a data off from the stack
26     if (Q1.3) {
27         printf("no data\n");
28         return '\0';
29     } else {
30         int top = stk->arr[Q1.4];
31         stk->arr[Q1.5] = '?';
32         printf("pop: %c\n", top);
33         return top;
34     }
35 }
36
37 void show_stack(STACK *stk){ // displaying all the data in the stack
38     printf("STACK:");
39     for (int i = 0; i < MAX_DATA; i++) printf("%c", Q1.6);
40     printf(", top: %d\n", stk->top);
41 }
42
43 int check_brackets(STACK *stk, char *data) { // checking the correspondence of brackets in the text
44     init_stack(stk);
45     char top;
46     printf("\ncheck: %s\n", data);
47     for(int i = 0; data[i] != '\0'; i++) {
48         printf("input: %c", data[i]);
49         if(data[i] == '{' || data[i] == '[') push(stk, data[i]);
50         else if(data[i] == '}' || data[i] == ']'){
51             top = pop(stk);
52             if(top == '{' && data[i] != '}' || top == '[' && data[i] != ']') {
53                 printf("%c can't be closed with '%c'\n", top, data[i]);
54                 return 0;
55             }
56             } else printf("\n");
57     }
58     top = pop(stk);
59     if(top == '\0') printf("There are no extra brackets!\n");
60     else printf("There is an extra '%c'\n", top);
61     return 1;
62 }
63
64 int main(void){
65     STACK stk;
66     // demonstration of the use of a stack
67     init_stack(&stk);
68     show_stack(&stk);
69     for (int i = 0; i < MAX_DATA + 1; i++) {
70         push(&stk, 'a' + i);
71         show_stack(&stk);
72     }
73     pop(&stk);
74     show_stack(&stk);
75     // checking the correspondence of brackets in the text
76     check_brackets(&stk, "[a]");
77     check_brackets(&stk, "[[a]]");
78     check_brackets(&stk, "[a]");
79     return 0;
80 }

```

Listing 2: result

```
1 STACK: ? ? ? ? ? , top:-1
2 push: a
3 STACK: a ? ? ? ? , top:0
4 push: b
5 STACK: a b ? ? ? , top:1
6 push: c
7 STACK: a b c ? ? , top:2
8 push: d
9 STACK: a b c d ? , top:3
10 push: e
11 STACK: a b c d e , top:4
12 push: f
13 This stack is full.
14 STACK: a b c d e , top:4
15 pop: e
16 STACK: a b c d ? , top:3
17 pop: d
18 STACK: a b c ? ? , top:2
19 pop: c
20 STACK: a b ? ? ? , top:1
21 pop: b
22 STACK: a ? ? ? ? , top:0
23 pop: a
24 STACK: ? ? ? ? ? , top:-1
25 pop: no data
26 STACK: ? ? ? ? ? , top:-1
27
28 check: {[a]}
29 input: { push: {
30 input: [ push: [
31 input: a
32 input: ] pop: [
33 input: } pop: {
34 pop: no data
35 

|      |
|------|
| Q2.1 |
|------|


36
37 check: {[[a]}
38 input: { push: {
39 input: [ push: [
40 input: [ push: [
41 input: a
42 input: ] pop: [
43 input: } pop: [
44 

|      |
|------|
| Q2.2 |
|------|


45
46 check: {[a]}[
47 input: { push: {
48 input: [ push: [
49 input: a
50 input: ] pop: [
51 input: } pop: {
52 input: [ push: [
53 pop: [
54 

|      |
|------|
| Q2.3 |
|------|


```

|                 |   |                  |                                      |                           |   |
|-----------------|---|------------------|--------------------------------------|---------------------------|---|
| 試験科目<br>Subject | 情報科学 (専門科目 II)<br>Informatics and Data Science II | プログラム<br>Program | 情報科学<br>Informatics and Data Science | 受験番号<br>Examinee's Number | M |
|-----------------|---|------------------|--------------------------------------|---------------------------|---|

問題 4 (Question 4)

4 ビットの 2 進数  $A = a_3a_2a_1a_0$  に対して, 2 の補数表記とした場合の値を  $d(A)$  と表す.

- (1) 表 1 を完成させよ.
- (2) 4 ビットの 2 進数  $B = b_3b_2b_1b_0$  は, すべての  $A$  に対して,  $d(B) = -d(A)$  を満たすものとする. 表 2 を完成させよ. これを満たす  $B$  が存在しないときは, XXXX と書くこと.
- (3)  $A$  を入力とし  $B$  を出力とする組合せ回路を設計するのに必要な  $b_0, b_1, b_2, b_3$  のカルノー図 (図 1) をそれぞれ作成せよ. XXXX を dont care 入力とみなすこと.
- (4) (3) をもとに,  $b_0, b_1, b_2, b_3$  を最も簡単な積和形の式で表せ.
- (5) (3) をもとに,  $b_0, b_1, b_2, b_3$  を最も簡単な和積形の式で表せ.

For a 4-bit binary number  $A = a_3a_2a_1a_0$ , let  $d(A)$  denote a number in 2's complement notation.

- (1) Complete Table 1.
- (2) A 4-bit binary number  $B = b_3b_2b_1b_0$  satisfies  $d(B) = -d(A)$  for all  $A$ . Complete Table 2. If no such  $B$  exists, write XXXX.
- (3) Illustrate the Karnaugh maps (Figure 1) for  $b_0, b_1, b_2, b_3$  respectively, necessary to design a combinatorial circuit with input  $A$  and output  $B$ . Consider XXXX as a "don't care" input.
- (4) Show the simplest sum-of-products formula for  $b_0, b_1, b_2, b_3$  respectively, based on (3).
- (5) Show the simplest product-of-sums formula for  $b_0, b_1, b_2, b_3$  respectively, based on (3).

表 1: すべての  $A$  に対する  $d(A)$  の値

Table 1: The values of  $d(A)$  for all  $A$

| $A$  | $d(A)$ | $A$  | $d(A)$ | $A$  | $d(A)$ | $A$  | $d(A)$ |
|------|--------|------|--------|------|--------|------|--------|
| 0000 | 0      | 0100 |        | 1000 |        | 1100 |        |
| 0001 | 1      | 0101 |        | 1001 |        | 1101 |        |
| 0010 | 2      | 0110 |        | 1010 |        | 1110 |        |
| 0011 | 3      | 0111 |        | 1011 |        | 1111 |        |

表 2: すべての  $A$  に対する  $B$  の値

Table 2: The values of  $B$  for all  $A$

| $A$  | $B$  | $A$  | $B$ | $A$  | $B$ | $A$  | $B$ |
|------|------|------|-----|------|-----|------|-----|
| 0000 | 0000 | 0100 |     | 1000 |     | 1100 |     |
| 0001 |      | 0101 |     | 1001 |     | 1101 |     |
| 0010 |      | 0110 |     | 1010 |     | 1110 |     |
| 0011 |      | 0111 |     | 1011 |     | 1111 |     |

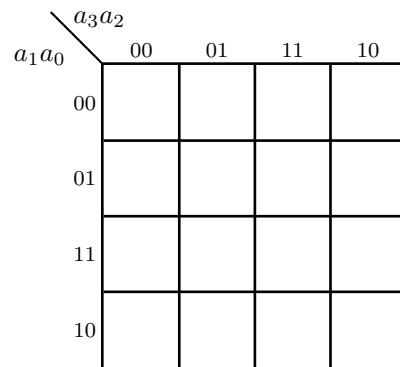


図 1: カルノー図

Figure 1: Karnaugh map

|                 |   |
|-----------------|---|
| 試験科目<br>Subject | 情報科学 (専門科目 II)<br>Informatics and Data Science II |
|-----------------|---|

|                  |                                      |                           |   |
|------------------|--------------------------------------|---------------------------|---|
| プログラム<br>Program | 情報科学<br>Informatics and Data Science | 受験番号<br>Examinee's Number | M |
|------------------|--------------------------------------|---------------------------|---|

問題 5 (Question 5)

線形回帰モデル  $Y_i = \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta} + \varepsilon_i$  ( $i = 1, \dots, n$ ) を考える。ここで,  $\boldsymbol{\beta} \in \mathbb{R}^p$  は回帰係数,  $\mathbf{x}_i \in \mathbb{R}^p$  は説明変数であり,  $\boldsymbol{\varepsilon} := (\varepsilon_1 \dots \varepsilon_n)^T$  は平均  $\mathbf{0} \in \mathbb{R}^n$ , 分散共分散行列  $\Sigma \in \mathbb{R}^{n \times n}$  の多変量正規分布から抽出される確率変数である。すなわち,  $\boldsymbol{\varepsilon} \sim N(\mathbf{0}, \Sigma)$  である。測定値  $(y_i, \mathbf{x}_i)$  ( $i = 1, \dots, n$ ) に対して,  $\hat{\boldsymbol{\beta}} := (X^T X)^{-1} X^T \mathbf{y}$  と定義する。ここで

$$X := \begin{pmatrix} \mathbf{x}_1^T \\ \mathbf{x}_2^T \\ \vdots \\ \mathbf{x}_n^T \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{n \times p}, \mathbf{y} := \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^n \text{ である。rank}(X) = p \text{ を仮定する。}$$

- (1)  $\mathbb{E}[\hat{\mathbf{y}}] = \mathbb{E}[\mathbf{y}]$  を示せ。ただし,  $\hat{\mathbf{y}} := X\hat{\boldsymbol{\beta}}$  と定義する。
- (2)  $\text{Var}[\hat{\mathbf{y}}]$  を求めよ。ただし,  $\text{Var}[\hat{\mathbf{y}}]$  は  $\hat{\mathbf{y}}$  の共分散行列である。

Consider the linear regression model  $Y_i = \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta} + \varepsilon_i$  ( $i = 1, \dots, n$ ), where  $\boldsymbol{\beta} \in \mathbb{R}^p$  is the regression coefficient vector,  $\mathbf{x}_i \in \mathbb{R}^p$ , and  $\boldsymbol{\varepsilon} := (\varepsilon_1 \dots \varepsilon_n)^T$  is a random vector drawn from a multivariate normal distribution with mean  $\mathbf{0} \in \mathbb{R}^n$  and covariance matrix  $\Sigma \in \mathbb{R}^{n \times n}$ , that is,  $\boldsymbol{\varepsilon} \sim N(\mathbf{0}, \Sigma)$ . For a data set  $(y_i, \mathbf{x}_i)$  ( $i = 1, \dots, n$ ),

define  $\hat{\boldsymbol{\beta}} := (X^T X)^{-1} X^T \mathbf{y}$ , where  $X := \begin{pmatrix} \mathbf{x}_1^T \\ \mathbf{x}_2^T \\ \vdots \\ \mathbf{x}_n^T \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{n \times p}$ , and  $\mathbf{y} := \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^n$ . Assume that  $\text{rank}(X) = p$ .

- (1) Show that  $\mathbb{E}[\hat{\mathbf{y}}] = \mathbb{E}[\mathbf{y}]$ , where  $\hat{\mathbf{y}} := X\hat{\boldsymbol{\beta}}$ .
- (2) Determine  $\text{Var}[\hat{\mathbf{y}}]$ , that is, the covariance matrix of  $\hat{\mathbf{y}}$ .

|                 |   |                  |                                      |                           |   |
|-----------------|---|------------------|--------------------------------------|---------------------------|---|
| 試験科目<br>Subject | 情報科学 (専門科目 II)<br>Informatics and Data Science II | プログラム<br>Program | 情報科学<br>Informatics and Data Science | 受験番号<br>Examinee's Number | M |
|-----------------|---|------------------|--------------------------------------|---------------------------|---|

問題 6 (Question 6)

ソフトマックス関数は人工ニューラルネットワークにおいてしばしば用いられる。この関数は実数からなるベクトル  $\mathbf{z} = (z_1, z_2, \dots, z_K)$  を入力とし, ベクトル  $\mathbf{p} = (p_1, p_2, \dots, p_K)$  で表される確率分布を出力する。ここで,  $K$  はベクトルの次元数を示す。ソフトマックス関数は次のように定義される。

$$\sigma(\mathbf{z}) = \left( \frac{\exp(z_1)}{\sum_{k=1}^K \exp(z_k)}, \frac{\exp(z_2)}{\sum_{k=1}^K \exp(z_k)}, \dots, \frac{\exp(z_K)}{\sum_{k=1}^K \exp(z_k)} \right)$$

以下の全ての問いに答えよ。

- (1)  $c$  を任意の実数とするような  $K$  次元ベクトル  $\mathbf{c} = (c, c, \dots, c)$  に対して, 次式が成り立つことを証明せよ。

$$\sigma(\mathbf{z} + \mathbf{c}) = \sigma(\mathbf{z})$$

- (2) 実数  $H > 0$  に対して,  $H$  が十分大きい場合と  $H$  が十分小さい場合における  $\sigma(\mathbf{z}/H)$  の性質について述べよ。  
 (3)  $\sigma(\mathbf{z})$  の  $z_i$  ( $1 \leq i \leq K$ ) に関する導関数を導出せよ。

The softmax function is widely used in artificial neural networks. It takes a real-valued vector  $\mathbf{z} = (z_1, z_2, \dots, z_K)$  as input and outputs a probability distribution represented by a vector  $\mathbf{p} = (p_1, p_2, \dots, p_K)$ , where  $K$  is the dimensionality of the vector. The softmax function is defined as follows:

$$\sigma(\mathbf{z}) = \left( \frac{\exp(z_1)}{\sum_{k=1}^K \exp(z_k)}, \frac{\exp(z_2)}{\sum_{k=1}^K \exp(z_k)}, \dots, \frac{\exp(z_K)}{\sum_{k=1}^K \exp(z_k)} \right)$$

Answer all of the following questions.

- (1) Prove that for any  $K$ -dimensional vector  $\mathbf{c} = (c, c, \dots, c)$ , where  $c$  is an arbitrary real number, the following equality holds:

$$\sigma(\mathbf{z} + \mathbf{c}) = \sigma(\mathbf{z})$$

- (2) Consider a real number  $H > 0$ . Describe the behavior of  $\sigma(\mathbf{z}/H)$  as  $H$  becomes sufficiently large and as  $H$  becomes sufficiently small.  
 (3) Derive the derivative of  $\sigma(\mathbf{z})$  with respect to  $z_i$  ( $1 \leq i \leq K$ ).

2023年10月入学, 2024年4月入学 (October 2023 and April 2024 Admission)  
広島大学大学院先進理工系科学研究科博士課程前期 (一般選抜) 専門科目入学試験問題  
Graduate School of Advanced Science and Engineering (Master's Course), Hiroshima University  
Entrance Examination Booklet (General Selection)

(2023年8月24日実施 / August 24, 2023)

|                 |   |
|-----------------|---|
| 試験科目<br>Subject | 情報科学 (専門科目 II)<br>Informatics and Data Science II |
|-----------------|---|

|                  |                                      |                           |   |
|------------------|--------------------------------------|---------------------------|---|
| プログラム<br>Program | 情報科学<br>Informatics and Data Science | 受験番号<br>Examinee's Number | M |
|------------------|--------------------------------------|---------------------------|---|

問題 7 (Question 7)

卒業研究またはこれまでに従事した研究課題について, 400字程度で簡潔にまとめよ。もしそれらを行っていない場合は, 興味を持った情報科学に関する最近の話題を一つ選び, その概要とともに, 興味を持った理由を400字程度で説明せよ。解答は別紙解答用紙に記入せよ。

Describe the outline of your undergraduate study or the research project you were engaged in, in approximately 200 words. If you have never been engaged in them, then choose one of the recent topics on Informatics and Data Science you are interested in, and explain, as well as its outline, why the topic interested you in approximately 200 words. Write your answer on the answer sheet.