

2022年10月, 2023年4月入学 (October 2022 and April 2023 Admission)
広島大学大学院先進理工系科学研究科博士課程前期 (一般選抜) 専門科目入学試験問題

問題用紙

Graduate School of Advanced Science and Engineering (Master's Course), Hiroshima University
Entrance Examination Booklet (General Selection)

Question Sheets

(2022年8月25日実施 / August 25, 2022)

試験科目 Subject	機械工学(専門科目 I) Mechanical Engineering I	プログラム Program	機械工学 Mechanical Engineering	受験番号 Examinee's Number	M
-----------------	--	------------------	--------------------------------	---------------------------	---

試験時間 : 09時00分~12時00分 (Examination Time : From 09:00 to 12:00)

受験上の注意事項

- (1) これは問題用紙です。解答は別冊の解答用紙に記入してください。
- (2) 問題用紙は表紙を含み8枚あります。
- (3) 本表紙およびすべての問題用紙に受験番号を記入してください。
- (4) 問題用紙は解答用紙とともに回収します。

Notices

- (1) This booklet consists of only question sheets. Use another booklet for answers.
- (2) This booklet consists of eight (8) sheets including this front sheet.
- (3) Fill in your examinee's number in all sheets including this front sheet.
- (4) Return these question sheets together with the answer sheets.

2022年10月, 2023年4月入学 (October 2022 and April 2023 Admission)
 広島大学大学院先進理工系科学研究科博士課程前期 (一般選抜) 専門科目入学試験問題
 Graduate School of Advanced Science and Engineering (Master's Course), Hiroshima University
 Entrance Examination Booklet (General Selection)

(2022年8月25日実施 / August 25, 2022)

試験科目 Subject	機械工学(専門科目 I) Mechanical Engineering I	プログラム Program	機械工学 Mechanical Engineering	受験番号 Examinee's Number	M
-----------------	--	------------------	--------------------------------	---------------------------	---

[問題用紙]

I - 1 (数学) (Mathematics) [1/3]

問題 1 (Question 1)

1. 行列 $A = \begin{pmatrix} -2 & -4 & 2 \\ -2 & 1 & 2 \\ 4 & 2 & 5 \end{pmatrix}$ について以下の問いに答えよ。

(a) ベクトル $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 6 \\ 16 \end{pmatrix}$ が行列 A の固有ベクトルのひとつであることを示し, 対応する固有値を求めよ。

(b) 行列 A の他の二つの固有値と対応する固有ベクトルを求めよ。

(c) 行列 A を対角化せよ。

2. ベクトル $\mathbf{b}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$, $\mathbf{b}_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\mathbf{b}_3 = \begin{pmatrix} 5 \\ b^2 \\ 0 \end{pmatrix}$ が一次独立であるときの実数 b の条件を求めよ。

1. Answer the following questions about the matrix $A = \begin{pmatrix} -2 & -4 & 2 \\ -2 & 1 & 2 \\ 4 & 2 & 5 \end{pmatrix}$.

(a) Show that $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 6 \\ 16 \end{pmatrix}$ is one of the eigenvectors for the matrix A , and find the corresponding eigenvalue.

(b) Find other two eigenvalues and the corresponding eigenvectors for the matrix A .

(c) Diagonalize the matrix A .

2. Find the condition on the real number b when vectors $\mathbf{b}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$, $\mathbf{b}_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ and $\mathbf{b}_3 = \begin{pmatrix} 5 \\ b^2 \\ 0 \end{pmatrix}$ are linearly independent.

2022年10月, 2023年4月入学 (October 2022 and April 2023 Admission)
 広島大学大学院先進理工系科学研究科博士課程前期 (一般選抜) 専門科目入学試験問題
 Graduate School of Advanced Science and Engineering (Master's Course), Hiroshima University
 Entrance Examination Booklet (General Selection)

(2022年8月25日実施 / August 25, 2022)

試験科目 Subject	機械工学(専門科目 I) Mechanical Engineering I	プログラム Program	機械工学 Mechanical Engineering	受験番号 Examinee's Number	M
-----------------	--	------------------	--------------------------------	---------------------------	---

[問題用紙]

I - 1 (数学) (Mathematics) [2/3]

問題 2 (Question 2)

領域 $D = \{x^2 + y^2 \leq 1\}$ 上の 2 重積分,

$$I = \iint_D \frac{\ln(x^2 + y^2)}{\sqrt{x^2 + y^2}} dx dy$$

について, 以下の問いに答えよ。

- (a) 積分領域を x - y 平面図に示し, その領域にハッチングをつけ, かつ x , y 軸上の数値を記入せよ。
- (b) $(x, y) = (r \cos \theta, r \sin \theta)$ の変数変換を行う際のヤコビアン行列式を求めよ。なお, $(x, y) \rightarrow (r, \theta)$ の変数変換におけるヤコビアン行列式 J は, 以下の通り与えられる。

$$J = \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial r} & \frac{\partial x}{\partial \theta} \\ \frac{\partial y}{\partial r} & \frac{\partial y}{\partial \theta} \end{vmatrix}$$

- (c) 2 重積分 I を求めよ。

Answer the following questions about the double integral I on the region $D = \{x^2 + y^2 \leq 1\}$.

$$I = \iint_D \frac{\ln(x^2 + y^2)}{\sqrt{x^2 + y^2}} dx dy$$

- (a) Show and hatch the domain of the integral at the x - y plane and express numerical values on the x and y axes.
- (b) Convert the variables with $(x, y) = (r \cos \theta, r \sin \theta)$, then calculate the Jacobian determinant, J . Note that the Jacobian determinant can be written by the following formula for the coordinate transformation, $(x, y) \rightarrow (r, \theta)$.

$$J = \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial r} & \frac{\partial x}{\partial \theta} \\ \frac{\partial y}{\partial r} & \frac{\partial y}{\partial \theta} \end{vmatrix}$$

- (c) Calculate the double integral I .

2022 年 10 月, 2023 年 4 月入学 (October 2022 and April 2023 Admission)
 広島大学大学院先進理工系科学研究科博士課程前期 (一般選抜) 専門科目入学試験問題
 Graduate School of Advanced Science and Engineering (Master's Course), Hiroshima University
 Entrance Examination Booklet (General Selection)

(2022 年 8 月 25 日実施 / August 25, 2022)

試験科目 Subject	機械工学(専門科目 I) Mechanical Engineering I	プログラム Program	機械工学 Mechanical Engineering	受験番号 Examinee's Number	M
-----------------	--	------------------	--------------------------------	---------------------------	---

[問題用紙]

I - 1 (数学) (Mathematics) [3/3]

問題 3 (Question 3)

関数 $f(x)$ について

$$f'(x) + f'(y) = f'(x + y) + xy \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f'(x)}{x} = 3 \quad (2)$$

が成立するとき以下の問いに答えよ。

- (a) $f'(0)$ を求めよ。
- (b) 式(1)が $y = dx$ についても成立することを考慮して $f(x)$ に関する微分方程式を求めよ。
- (c) $f(x)$ を求めよ。

When a function $f(x)$ satisfies

$$f'(x) + f'(y) = f'(x + y) + xy \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f'(x)}{x} = 3 \quad (2)$$

, answer the following questions.

- (a) What is the value of $f'(0)$?
- (b) Get the differential equation for $f(x)$, considering that Eq. (1) holds for $y = dx$.
- (c) Obtain $f(x)$.

試験科目 Subject	機械工学(専門科目 I) Mechanical Engineering I	プログラム Program	機械工学 Mechanical Engineering	受験番号 Examinee's Number	M
-----------------	--	------------------	--------------------------------	---------------------------	---

[問題用紙]

I - 2 (材料力学) (Mechanics of Materials) [1/2]

問題 1 (Question 1)

Fig. 1 に物体内にある微小要素 ABC に作用する応力成分を示す。平面応力状態において (x, y) 座標系における応力成分を $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ とする。 (x, y) 座標系を θ だけ回転させた座標系を (x', y') 座標系とする。 (x', y') 座標系における応力成分を $\sigma_{x'}, \tau_{x'y'}$ とする。なお、微小要素の厚さは単位長さとする。以下の問いに答えなさい。

- (1) 物体内にある微小要素 ABC における x 方向の力の釣合いの式を書きなさい。
- (2) 物体内にある微小要素 ABC における y 方向の力の釣合いの式を書きなさい。
- (3) $\sigma_{x'}, \tau_{x'y'}$ を $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}, 2\theta$ を用いて表しなさい。
- (4) 以下の関係が成り立つことを示せ。

$$\left(\sigma_{x'} - \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{x'y'}^2 = \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2$$

In Fig. 1, the stress components acting on an infinitesimal element ABC in a body are shown. The normal stress σ_x, σ_y and shear stress τ_{xy} are the stress components on a coordinate system (x, y) in the plane stress state. The rotated coordinate system (x', y') makes an angle θ with the original coordinate system (x, y) . The normal stress $\sigma_{x'}$ and shear stress $\tau_{x'y'}$ are the stress components on a rotated coordinate system (x', y') . Note that the thickness of the element is unit length. Answer the following problems.

- (1) Describe the equation of equilibrium in forces acting on the element ABC in the x -direction.
- (2) Describe the equation of equilibrium in forces acting on the element ABC in the y -direction.
- (3) Describe $\sigma_{x'}, \tau_{x'y'}$ using $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$, and 2θ .
- (4) Prove that the following formula is satisfied.

$$\left(\sigma_{x'} - \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{x'y'}^2 = \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2$$

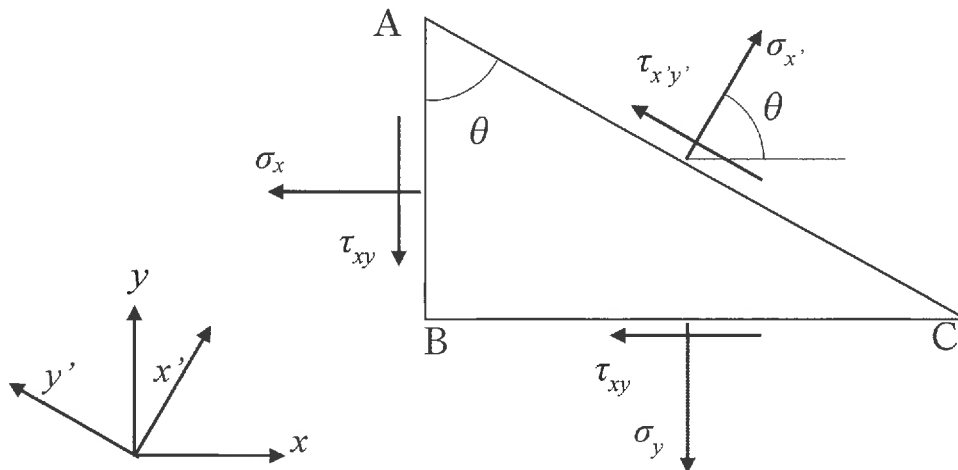


Fig. 1

試験科目 Subject	機械工学(専門科目 I) Mechanical Engineering I	プログラム Program	機械工学 Mechanical Engineering	受験番号 Examinee's Number	M
-----------------	--	------------------	--------------------------------	------------------------------	---

[問題用紙]

I-2(材料力学)(Mechanics of Materials)[2/2]

問題 2 (Question 2)

幅 w , 厚さ t , 高さ h の直方弾性体を, Fig.2 に示すように, 剛体床と間隔 t の剛体壁で囲まれた工具にすき間なく, かつ無応力状態で置く。その後, 上面に圧縮力 P , 側面に引張力 Q をそれぞれ作用させることを考える。ただし, 直方体の縦弾性係数を E , ポアソン比を ν とし, 壁, 床面と直方体との間の摩擦は無視する。以下の問いに答えなさい。

- (1) 直方体に作用する垂直応力成分 σ_x , σ_y を求めなさい。
- (2) 三次元弾性体における応力 - ひずみ関係式を, 垂直応力成分 σ_x , σ_y , σ_z と垂直ひずみ成分 ε_x , ε_y , ε_z の関係に限定して, 記述しなさい。
- (3) もし厚さ t が変化しなければ, 平面ひずみの仮定が成立することになる。このとき, 垂直ひずみ成分 ε_x , ε_y , ε_z を, (1), (2) の結果により求めなさい。
- (4) (3) の状態で z 方向に生じる力 R を求めなさい。
- (5) 厚さが t より小さくなる場合が存在する。その際の P と Q に成立する条件を求めなさい。

As shown in Fig.2, an elastic cuboid with width w , thickness t and height h is placed into a tool which consists of a rigid floor and rigid walls with an interval t . At this moment, there is no clearance between the tool and the cuboid, and the cuboid is under a stress-free condition. Then, compressive force P and tensile force Q are acting on the upper and side surfaces, respectively. Here, the longitudinal elastic constant and the Poisson's ratio are denoted by E and ν . The frictionless condition between the cuboid and the tool is assumed.

- (1) Calculate the normal stress components σ_x and σ_y generated in the cuboid.
- (2) Describe the stress-strain relations for a three-dimensional elastic body from the viewpoint of relations between normal stress components (σ_x , σ_y and σ_z) and normal strain components (ε_x , ε_y and ε_z).
- (3) When the thickness does not change, the plane strain condition is satisfied. In this case, obtain normal strain components ε_x , ε_y and ε_z by the results of the problems (1) and (2).
- (4) Show external force R in z direction under the situation of the problem (3).
- (5) It is possible that the thickness becomes smaller than t . In this case, show the condition to be satisfied between P and Q .

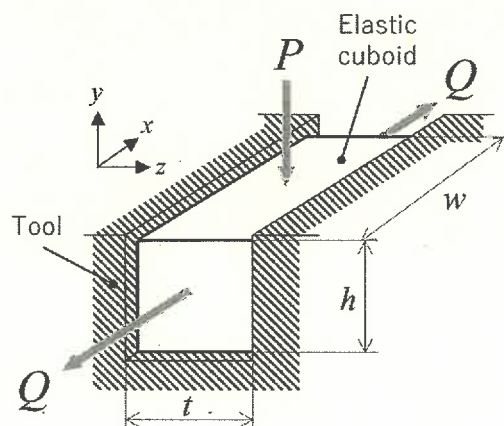


Fig. 2

(2022年8月25日実施 / August 25, 2022)

試験科目 Subject	機械工学(専門科目 I) Mechanical Engineering I	プログラム Program	機械工学 Mechanical Engineering	受験番号 Examinee's Number	M
-----------------	--	------------------	--------------------------------	---------------------------	---

[問題用紙]

I-3(機械力学) (Mechanical Vibrations) [1/2]

問題 1 (Question 1)

Fig. 1a のような系を考える。質量の無視できる長さ R の固い棒が、床からの高さ H の位置に固定された回転関節に支持されている。棒の右端はばねダンパ要素の上端に接続されている。ばねダンパ要素の下端は床からの高さ X の位置にあり、それは直動モーターによって鉛直方向に動かすことができる。棒には関節からの距離 A の位置に質量 m の質点が固定されている。ばねダンパ要素の自然長は L 、ばね定数は k 、粘性係数は c とする。重力加速度は g とする。棒の傾き角 θ は反時計回りを正とし、 $\sin \theta \approx \theta$ とみなせるほどに小さいとする。

- (1) 平衡状態において棒が水平になるように X が適切に固定されていると仮定する。
 - (1-a) 運動方程式を X を用いずに書け。
 - (1-b) X と A が満たす等式を示せ。
 - (1-c) 系の固有角振動数を求めよ。ただし、 c は十分に小さいとする。
- (2) $R = 1 \text{ m}$, $k = 400 \text{ N/m}$, $m = 2 \text{ kg}$ であり、 c は十分に小さいとする。ばねダンパ要素の下端を振動数 10 Hz 、振幅 0.01 m で振動させ、十分に時間が経過したあとの X と θ の時間波形がそれぞれ Fig. 1b および Fig. 1c のようになった。このときの A の値を有効数字 1 桁で適切な単位を付けて答えよ。

Consider the system shown in Fig. 1a. A massless rigid bar with a length R is supported by a rotational joint fixed at a height H from the floor. The right end of the bar is connected to the top end of a spring-damper element. The bottom end of the spring-damper element is at a height X from the floor, and it can be moved by a linear motor in the vertical direction. The mass m is fixed to the bar at a distance A from the joint. The spring-damper element has a natural length L , a spring constant k , and a damping coefficient c . The gravitational acceleration is denoted by g . The tilt angle θ of the bar is measured positive counter-clockwise and is small enough to satisfy $\sin \theta \approx \theta$.

- (1) Assume that X is fixed so that the bar is horizontal in the equilibrium.
 - (1-a) Write the equation of motion of the system without using X .
 - (1-b) Find an equation that is satisfied by X and A .
 - (1-c) Find the natural frequency of the system assuming that c is small enough.
- (2) Assume that $R = 1 \text{ m}$, $k = 400 \text{ N/m}$, $m = 2 \text{ kg}$, and that c is sufficiently small. The bottom end of the spring-damper element was oscillated with the frequency 10 Hz and the amplitude 0.01 m , and after a sufficiently long period of time, the temporal changes of X and θ were as shown in Fig. 1b and Fig. 1c, respectively. Write the value of A with one-digit accuracy with an appropriate unit.

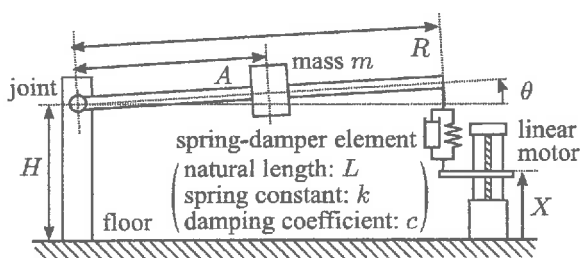


Fig. 1a

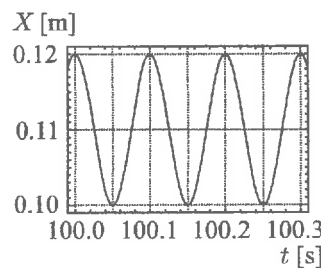


Fig. 1b

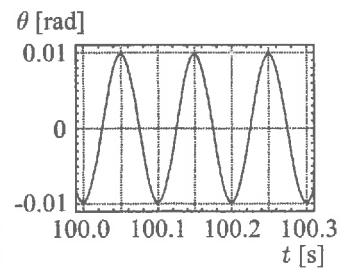


Fig. 1c

試験科目 Subject	機械工学(専門科目 I) Mechanical Engineering I	プログラム Program	機械工学 Mechanical Engineering	受験番号 Examinee's Number	M
-----------------	--	------------------	--------------------------------	---------------------------	---

[問題用紙]

I-3(機械力学)(Mechanical Vibrations)[2/2]

問題 2 (Question 2)

Fig. 2 に示すように, X・Y 方向それぞれ 2 つのばねで支持された, 辺の長さ $6h$ の一様な正方形の板 (質量 M) の運動について考える。板の運動は XY 面に拘束されているとする。板の重心 G の X・Y 方向の変位を (x, y) , 回転角度を θ とし, Fig. 2 に示す方向を正とする。板が平衡状態にあるとき, $(x, y) = (0, 0)$, $\theta = 0$ であるとする。4 つのばねは平衡状態において Fig. 2 に示す位置につながれており, ばね定数はすべて k である。 x と y は十分に小さいと仮定し, ばねは X 軸方向あるいは Y 軸方向のいずれかにのみ力を生じる。また, θ も十分に小さく, $\sin \theta \approx \theta$ および $\cos \theta \approx 1$ が成立する。次の問いに答えよ。

- (1) 板の重心回りの慣性モーメントは $6Mh^2$ であることを示せ。
- (2) この系の運動方程式は次の 3 つの式で表されることを示せ。

$$M\ddot{x} + 2kx - kh\theta = 0, \quad M\ddot{y} + 2ky = 0, \quad 6Mh^2\ddot{\theta} + 7kh^2\theta - khx = 0$$

- (3) この系の固有角振動数をすべて求めよ。
- (4) 初期条件を $(x, y) = (ah, 0)$, $\theta = a$, $\dot{x} = \dot{y} = 0$, $\dot{\theta} = 0$ としたとき, x , y , および θ の時間変化のグラフの概形を描け。ただし, a は十分に小さい正の実数であるとする。
- (5) 最も低い固有角振動数の振動モードにおいて, 板上に動かない点が存在する。その点の位置を答えよ。

As shown in Fig. 2, a uniform square plate with the mass M and the edge length $6h$ is supported by two springs in each of the X and Y directions. Its motion is restricted to the XY plane. The position of its center of mass, G , is denoted by (x, y) , and its orientation is denoted by θ , which is measured positive in the direction shown in Fig. 2. When the plate is in the equilibrium, $(x, y) = (0, 0)$ and $\theta = 0$ are satisfied. The four springs are connected to the plate at the positions shown in Fig. 2 in the equilibrium, and their spring constant is k . It is assumed that x and y are sufficiently small and that the springs give the force only in either X or Y direction. The angle θ is assumed small enough to satisfy $\sin \theta \approx \theta$ and $\cos \theta \approx 1$.

- (1) Show that the plate's moment of inertia around its center of mass is $6Mh^2$.
- (2) Show that the equations of motion of this system are given as the following three equations:

$$M\ddot{x} + 2kx - kh\theta = 0, \quad M\ddot{y} + 2ky = 0, \quad 6Mh^2\ddot{\theta} + 7kh^2\theta - khx = 0$$

- (3) Find all natural angular frequencies of the system.
- (4) Let a be a sufficiently small positive real number. Suppose that the plate starts moving from the initial condition $(x, y) = (ah, 0)$, $\theta = a$, $\dot{x} = \dot{y} = 0$, and $\dot{\theta} = 0$. Draw rough sketches of the graphs of x , y and θ with respect to time.
- (5) In the vibration mode with the lowest natural angular frequency, there exists a stationary point on the plate. Find the position of the point.

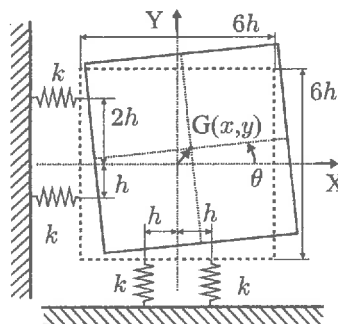


Fig. 2

2022年10月, 2023年4月入学 (October 2022 and April 2023 Admission)
広島大学大学院先進理工系科学研究科博士課程前期 (一般選抜) 専門科目入学試験問題

問題用紙

Graduate School of Advanced Science and Engineering (Master's Course), Hiroshima University
Entrance Examination Booklet (General Selection)

Question Sheets

(2022年8月25日実施 / August 25, 2022)

試験科目 Subject	機械工学(専門科目Ⅱ) Mechanical Engineering II	プログラム Program	機械工学 Mechanical Engineering	受験番号 Examinee's Number	M
-----------------	--	------------------	--------------------------------	---------------------------	---

試験時間 : 13時30分～16時30分 (Examination Time : From 13:30 to 16:30)

受験上の注意事項

- (1) これは問題用紙です。解答は別冊の解答用紙に記入してください。
- (2) 問題用紙は表紙を含み9枚あります。
- (3) 本表紙およびすべての問題用紙に受験番号を記入してください。
- (4) 問題用紙は解答用紙とともに回収します。

Notices

- (1) This booklet consists of only question sheets. Use another booklet for answers.
- (2) This booklet consists of nine (9) sheets including this front sheet.
- (3) Fill in your examinee's number in all sheets including this front sheet.
- (4) Return these question sheets together with the answer sheets.

2022年10月, 2023年4月入学 (October 2022 and April 2023 Admission)
 広島大学大学院先進理工系科学研究科博士課程前期 (一般選抜) 専門科目入学試験問題
 Graduate School of Advanced Science and Engineering (Master's Course), Hiroshima University
 Entrance Examination Booklet (General Selection)

(2022年8月25日実施 / August 25, 2022)

試験科目 Subject	機械工学(専門科目Ⅱ) Mechanical Engineering II	プログラム Program	機械工学 Mechanical Engineering	受験番号 Examinee's Number	M
-----------------	--	------------------	--------------------------------	------------------------------	---

[問題用紙]

Ⅱ - 1 (機械材料) (Mechanical Materials) [1/2]

問題 1 (Question 1)

(1-1) 次の語句を説明せよ。(a)凝固偏析, (b)パーガース・ベクトル, (c)この法則, (d)臨界せん断応力, (e)活量係数

(1-2) fcc 及び bcc の原子配位数と, それらの単位格子中に属する原子個数を記せ。

(1-3) 炭素量が 0.3mass% の鋼を用い, 表面から 0.3mm 深さで炭素量 0.8mass% となる, 浸炭時間(min)を求めよ。浸炭温度 T を 1223K, 表面の炭素濃度 1.4mass% とする。溶質初期濃度 C_0 を示す半無限遠拡散での位置 x , 時刻 t における濃度 C は式(1)で与えられる。

$$\frac{C_0 - C}{C_0 - C_i} = \operatorname{erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{Dt}}\right) \quad (1)$$

ただし, C_0 は x が 0 での濃度, D は拡散係数である。フェライト(α 相)とオーステナイト(γ 相)中の炭素拡散係数(D_α, D_γ)は式(2), (3)で与えられる。気体定数 R は 8.31451J/(mol·K)である。また, 計算には Table 1 に示す誤差関数を使用しての比例補間とせよ。

$$D_\alpha = 8 \times 10^{-7} \exp\{(-75.66 \text{ kJ/mol})/(RT)\} \text{ m}^2/\text{s} \quad (2)$$

$$D_\gamma = 2 \times 10^{-5} \exp\{(-141.28 \text{ kJ/mol})/(RT)\} \text{ m}^2/\text{s} \quad (3)$$

(1-4) 式(1)の関係は, 何の法則に従うか。

(1-1) Explain the following terms, (a) segregation in solidification, (b) Burgers vector, (c) lever rule, (d) critical shear stress, (e) activity coefficient

(1-2) Indicate both a coordination number in fcc and bcc, and numbers of atoms in their unit cells.

(1-3) The diffusion of material (initial concentration : C_i) into a semi-infinite solid is represented by Eq.(1). Determine carburizing time (min) showing 0.8mass% C in the position of 0.3mm-depth, using a carbon steel with 0.3mass% C. Carburizing temperature (T) is 1223K and carbon concentration on the surface is 1.4mass%.

$$\frac{C_0 - C}{C_0 - C_i} = \operatorname{erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{Dt}}\right) \quad (1)$$

Table 1 誤差関数 Error function

z	$\operatorname{erf}(z)$	z	$\operatorname{erf}(z)$
0	0	0.90	0.797 0
0.025	0.028 2	0.95	0.820 9
0.05	0.056 4	1.0	0.842 7
0.10	0.112 5	1.1	0.880 2
0.15	0.168 0	1.2	0.910 3
0.20	0.222 7	1.3	0.934 0
0.25	0.276 3	1.4	0.952 3
0.30	0.328 6	1.5	0.966 1
0.35	0.379 4	1.6	0.976 3
0.40	0.428 4	1.7	0.983 8
0.45	0.475 5	1.8	0.989 1
0.476 9	0.500 0	1.9	0.992 8
0.50	0.520 5	2.0	0.995 3
0.55	0.563 3	2.2	0.998 1
0.60	0.603 9	2.4	0.999 3
0.65	0.642 0	2.6	0.999 8
0.70	0.677 8	2.8	0.999 9
0.75	0.711 2		
0.80	0.742 1		
0.85	0.770 7		

where, x, t and D are distance, exposed time and diffusion coefficient, respectively.

C_0 and C_i are concentrations in x of 0 and ∞ , respectively.

R (=8.31451J/(mol · K)) is gas constant. Calculate the value by linear completion using Table 1. D_α and D_γ in α and γ phases are represented by Eqs.(2) and (3), respectively.

$$D_\alpha = 8 \times 10^{-7} \exp\{(-75.66 \text{ kJ/mol})/(RT)\} \text{ m}^2/\text{s} \quad (2)$$

$$D_\gamma = 2 \times 10^{-5} \exp\{(-141.28 \text{ kJ/mol})/(RT)\} \text{ m}^2/\text{s} \quad (3)$$

(1-4) What law does equation (1) obey?

試験科目 Subject	機械工学(専門科目Ⅱ) Mechanical Engineering II	プログラム Program	機械工学 Mechanical Engineering	受験番号 Examinee's Number	M
-----------------	--	------------------	--------------------------------	---------------------------	---

[問題用紙]

Ⅱ-1 (機械材料) (Mechanical Materials) [2/2]

問題 2 (Question 2)

Fig.1 は Fe-C 二元系状態図の一部を示している。

以下の問いに答えよ。

Figure 1 shows the part of Fe-C binary phase diagram.

Answer the following problems.

(1) Fig.1 中の I~IV に示される領域に現れる相は, それぞれ何か答えよ。

(1) Describe the phases of regions I~IV in Fig.1.

(2) C 量が 0.15 mass% の鋼を 1000 °C まで加熱した後, 室温まで非常にゆっくりと冷却した場合の組織変化について, A₃ 変態温度および A₁ 変態温度に関連させて述べよ。

(2) Describe the microstructural changes in the steel with a C content of 0.15 mass% when it is heated to 1000 °C and then cooled very slowly to the room temperature, in relation to the A₃ and A₁ transformation temperatures.

(3) 冷却速度を早めた場合の変態に関する次の文章の () 内に適切な言葉を入れよ。

鋼の変態は主として (①) 原子の拡散に支配される。冷却過程で冷却速度が増すと, (②) 相から (③) 相への変態が遅れる。すなわち, 冷却速度の増加とともに A₃ 温度も A₁ 温度も低下し, ベイナイト組織や (④) 組織のような硬化組織となりやすい。

(3) Put the appropriate words in parentheses () in the following sentence concerning transformation when the cooling rate is accelerated.

The transformation of a steel is mainly governed by the diffusion of (①) atoms. If the cooling rate is increased during the cooling process, the diffusion cannot keep up and the transformation from the (②) phase to (③) phase is delayed. In other words, both the A₃ and A₁ temperatures decrease as the cooling rate increases, and hardened structures such as bainite and (④) structures are likely to occur.

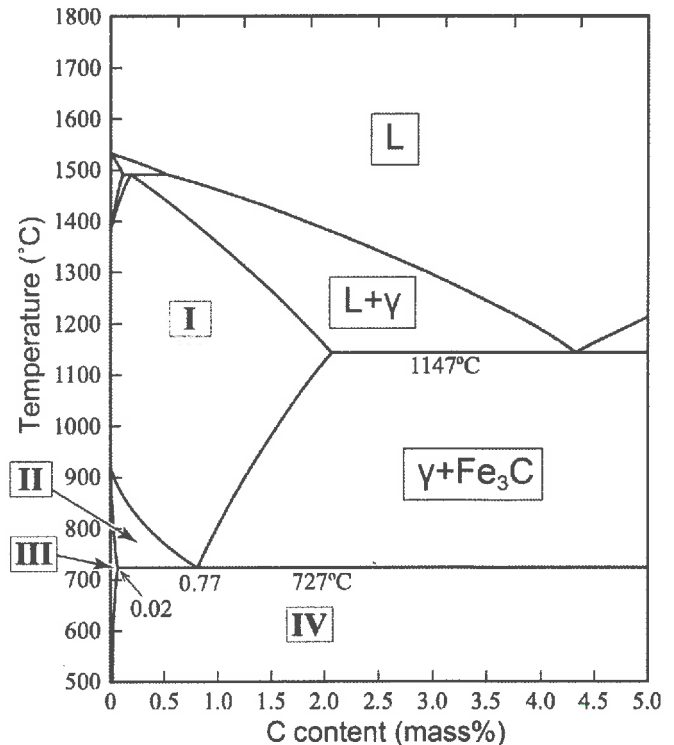


Fig.1 Fe-C 二元系状態図
 Fe-C binary phase diagram

2022年10月, 2023年4月入学 (October 2022 and April 2023 Admission)
 広島大学大学院先進理工系科学研究科博士課程前期 (一般選抜) 専門科目入学試験問題
 Graduate School of Advanced Science and Engineering (Master's Course), Hiroshima University
 Entrance Examination Booklet (General Selection)

(2022年8月25日実施 / August 25, 2022)

試験科目 Subject	機械工学(専門科目Ⅱ) Mechanical Engineering II	プログラム Program	機械工学 Mechanical Engineering	受験番号 Examinee's Number	M
-----------------	--	------------------	--------------------------------	------------------------------	---

[問題用紙]

Ⅱ-2(熱力学)(Thermodynamics)[1/2]

問題 1 (Question 1)

ある熱機関を考える。動作流体が空気で、次の4つの可逆過程を行うものとする。

- 断熱圧縮；状態 1 → 2 (圧縮比 11)
- 定容加熱；状態 2 → 3 (空気 1 kg あたり 800 kJ の熱を加える)
- 断熱膨張；状態 3 → 4
- 定容放熱；状態 4 → 1

断熱圧縮過程前の空気の初期温度 T_1 は 350 K, 初期圧力 p_1 は 0.1 MPa であった。空気は理想気体として扱えるものとして、以下の設問に答えよ。但し、空気の気体定数は $0.287 \text{ kJ}/(\text{K}\cdot\text{kg})$, 比熱比は 1.4 とする。

- (a) このサイクルを定性的に $p-v$ 面上に描け。但し p, v はそれぞれ圧力, 比体積である。
- (b) 断熱圧縮後の温度 T_2 と圧力 p_2 を求めよ。
- (c) 断熱圧縮過程で空気 1 kg を圧縮するのに要する仕事を求めよ。
- (d) 定容加熱後の温度 T_3 と圧力 p_3 を求めよ。
- (e) 定容加熱過程における比エントロピーの変化 Δs_{23} を求めよ。

Consider a heat engine, where the working fluid is air. It consists of the following reversible four processes:

- Adiabatic compression state 1 → 2 (Compression ratio is 11)
- Constant-volume heating state 2 → 3 (The heat of 800 kJ is transferred to 1 kg of the air)
- Adiabatic expansion state 3 → 4
- Constant-volume cooling state 4 → 1

At the beginning of the adiabatic compression process, the initial temperature T_1 and pressure p_1 of the air are 350 K and 0.1 MPa, respectively. Treating the air as an ideal gas, answer the following questions. Here, the gas constant and the specific-heat ratio of the air are $0.287 \text{ kJ}/(\text{K}\cdot\text{kg})$ and 1.4, respectively.

- (a) Draw the cycle on the $p-v$ plane qualitatively, where p and v denote the pressure and the specific volume, respectively.
- (b) Calculate the temperature T_2 and pressure p_2 of the state 2.
- (c) Calculate the required work to compress 1 kg of the air during the adiabatic compression process.
- (d) Calculate the temperature T_3 and pressure p_3 of the state 3.
- (e) Calculate the change of the specific entropy Δs_{23} during the constant-volume heating process.

2022 年 10 月, 2023 年 4 月入学 (October 2022 and April 2023 Admission)
 広島大学大学院先進理工系科学研究科博士課程前期 (一般選抜) 専門科目入学試験問題
 Graduate School of Advanced Science and Engineering (Master's Course), Hiroshima University
 Entrance Examination Booklet (General Selection)

(2022 年 8 月 25 日実施 / August 25, 2022)

試験科目 Subject	機械工学(専門科目Ⅱ) Mechanical Engineering II	プログラム Program	機械工学 Mechanical Engineering	受験番号 Examinee's Number	M
-----------------	--	------------------	--------------------------------	---------------------------	---

[問題用紙]

Ⅱ - 2 (熱力学) (Thermodynamics) [2/2]

問題 2 (Question 2)

純物質の気液平衡線上においては気体と液体の比ギブズエネルギーが等しいことから次式が成立する。

$$\frac{dp}{dT} = \frac{s_G - s_L}{v_G - v_L} \quad (1)$$

ここで p, T は気液平衡線上の圧力, 温度であり, s_G, s_L, v_G, v_L は順に気体の比エントロピー, 液体の比エントロピー, 気体の比体積, 液体の比体積である。以下の設問 (a)~(c) に答えよ。

- (a) 温度 T における相変化のエントロピー変化と蒸発潜熱 r の関係を用い, 液体の比体積を無視して気体の体積に理想気体の状態方程式を用いることで dp/dT を p, r, T と気体定数 R を用いて書け。
- (b) 上で得られた式を積分することで気液平衡線上の温度と圧力の関係式を導け。ただし, r は温度に依存しないものとし, 沸点 T_b における飽和蒸気圧を p_b とせよ。
- (c) 水の蒸発潜熱 r と水蒸気の気体定数 R は 2257 kJ/kg および 0.4615 kJ/(K·kg) である。水の沸点 (T_b) 373 K における飽和蒸気圧 (p_b) 101 kPa から室温 298 K における水の飽和蒸気圧を計算せよ。

On the gas-liquid equilibrium curve of a pure substance, the following equation holds since the specific Gibbs energies of gas and liquid are equal.

$$\frac{dp}{dT} = \frac{s_G - s_L}{v_G - v_L} \quad (1)$$

In the above equation, p and T are pressure and temperature on the gas-liquid equilibrium curve, and $s_G, s_L, v_G,$ and v_L are specific entropy of gas, specific entropy of liquid, specific volume of gas, and specific volume of liquid, respectively. Answer the questions (a) through (c) below.

- (a) By using the relation between the latent heat of vaporization, r , and entropy change of phase change at temperature T , by ignoring the liquid specific volume, and by assuming the ideal gas for gas volume, write an equation for dp/dT by using p, r, T and gas constant R .
- (b) By integrating the equation derived above, derive an equation between temperature and pressure on the gas-liquid equilibrium curve. Assume that r is independent of temperature, and the saturated vapor pressure is p_b at the boiling point T_b .
- (c) The latent heat of vaporization r of water and the gas constant R of water vapor are 2257 kJ/kg and 0.4615 kJ/(K·kg), respectively. Calculate the saturated vapor pressure of water at room temperature 298 K, by using the saturated vapor pressure (p_b) 101 kPa at the boiling point (T_b) 373 K of water.

試験科目 Subject	機械工学(専門科目Ⅱ) Mechanical Engineering II	プログラム Program	機械工学 Mechanical Engineering	受験番号 Examinee's Number	M
-----------------	--	------------------	--------------------------------	---------------------------	---

[問題用紙]

Ⅱ-3(流体力学)(Fluid Mechanics)[1/2]

問題 1 (Question 1)

Fig. 1 に示すように、水平面内に置かれた $\alpha = 60^\circ$ の曲管の中を体積流量 $Q = 200 \text{ L/s}$ の水が定常的に流れており、②の位置から大気中に流出している。断面①では管内径を $d_1 = 650 \text{ mm}$ 、断面②での管内径を $d_2 = 300 \text{ mm}$ とする。水の密度は $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ とし、以下の問いに答えよ。ただし、水は非圧縮、非粘性で、水の圧力と速度は断面①と断面②で均一かつ軸方向に分布しているものとする。大気圧は $p_a = 100 \text{ kPa}$ とする。

- (a) 断面①での速さ v_1 、断面②での速さ v_2 をそれぞれ求めよ。
- (b) 断面①での圧力 p_1 を求めよ。
- (c) 水が曲管におよぼす x 方向の力 F_x と y 方向の力 F_y をそれぞれ求めよ。
- (d) 水が曲管におよぼす力 F の大きさと方向 θ を求めよ。

As shown in Fig. 1, water with the volume flow rate of $Q = 200 \text{ L/s}$ flows steadily through a curved-pipe of $\alpha = 60^\circ$ on the horizontal plane and discharges into the atmosphere at cross section ②. The diameters d_1 and d_2 of the cross section ① and ② are 650 mm and 300 mm, respectively. The density, ρ , of water is 1000 kg/m^3 . Answer the following questions. Here, assume that the water is incompressible and inviscid, and that the pressure and velocity of the water are uniformly and axially distributed at cross sections ① and ②. The atmospheric pressure, p_a , is 100 kPa.

- (a) Calculate the velocity, v_1 , at the cross section ①, and the velocity, v_2 , at the cross section ②.
- (b) Calculate the pressure, p_1 , at the cross section ①.
- (c) Calculate the x -direction force, F_x , and the y -direction force, F_y , applied to the curved-pipe by the water flow.
- (d) Calculate the force, F , applied to the curved-pipe by the water flow, and its direction, θ .

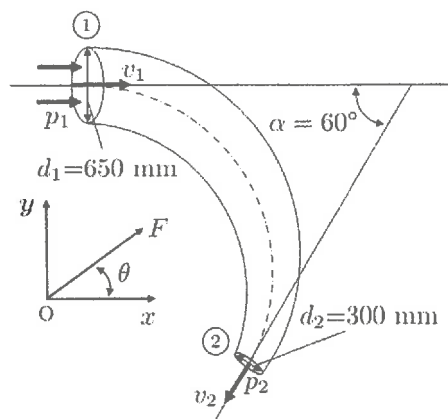


Fig.1

試験科目 Subject	機械工学(専門科目Ⅱ) Mechanical Engineering II	プログラム Program	機械工学 Mechanical Engineering	受験番号 Examinee's Number	M
-----------------	--	------------------	--------------------------------	---------------------------	---

[問題用紙]

Ⅱ-3(流体力学)(Fluid Mechanics)[2/2]

問題 2 (Question 2)

Fig. 2 に示すように, 質量密度 ρ_1 の流体①が質量密度 ρ_2 の流体②の上にある。両流体ともに非圧縮性流体で静止している。この中に, 質量密度 ρ_s , 半径 R の剛体球が流体②の中に D の深さ沈んだ状態で流体中で静止している。ただし, z 軸は鉛直上向きであり, 流体①と流体②の境界面は水平で $z=0$ の位置にある。また, 密度の関係は $\rho_1 < \rho_s < \rho_2$ である。重力は鉛直下向きに働いており, 重力加速度の大きさを $|g|=g$ とする。以下の問いに答えよ。

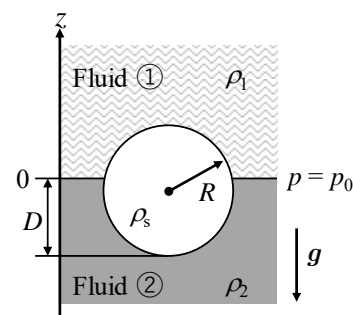


Fig. 2

- (a) 一様重力場での完全流体の運動方程式は次のとおりである。

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \mathbf{g}.$$

ここで, \mathbf{u} , ρ , p , \mathbf{g} は流速ベクトル, 質量密度, 圧力, 重力加速度ベクトルである。題意に沿って運動方程式を簡略することで z 方向の圧力分布 $p(z)$ を求めるために解くべき微分方程式を求めよ。

- (b) $z=0$ における流体の圧力を p_0 として, 流体①と流体②の中の z 方向の圧力分布 $p(z)$ をそれぞれ求めよ。
 (c) 流体①内の剛体球の体積を V_1 , 流体②内の剛体球の体積を V_2 としたとき, 剛体球にはたらく浮力の大きさ F を V_1 , V_2 , ρ_1 , ρ_2 , g の関数として求めよ。
 (d) 流体①内の剛体球の体積 V_1 と流体②内の剛体球の体積 V_2 を D と R の関数として求め, 更に剛体球の密度 ρ_s を ρ_1 , ρ_2 , D , R の関数として求めよ。

As shown in Fig. 2, Fluid ① with the mass density of ρ_1 is located above Fluid ② with the mass density of ρ_2 . Both the fluids are incompressible and at rest. In the fluids, a solid sphere with the mass density of ρ_s and the radius of R is at rest, where the solid sphere is soaked in Fluid ② to the depth of D . The z -axis is vertically upward, and the interface between Fluid ① and Fluid ② is horizontal and located at $z=0$. The density relation between three materials is $\rho_1 < \rho_s < \rho_2$. The gravitational force works in the vertically downward direction and the magnitude of gravitational acceleration is $|g|=g$. Answer the following questions.

- (a) The equation of motion for a perfect fluid in a uniform gravitational field is

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \mathbf{g},$$

where \mathbf{u} , ρ , p and \mathbf{g} are the flow velocity vector, mass density, pressure of the fluid and gravitational acceleration vector. Derive the differential equation to be solved to obtain the pressure distribution in the fluids in the z -direction $p(z)$ by simplifying the equation of motion using the given conditions.

- (b) Determine the pressure distribution in the z -axis direction $p(z)$ in Fluid ① and Fluid ②, respectively, assuming that the fluid pressure is p_0 at $z=0$.
 (c) Show the magnitude of buoyancy force F acting on the solid sphere in terms of V_1 , V_2 , ρ_1 , ρ_2 and g when the volumes of the solid sphere in Fluid ① and in Fluid ② are V_1 and V_2 , respectively.
 (d) Find the volumes of the solid sphere in Fluid ① (V_1) and in Fluid ② (V_2) in terms of D and R , and then derive the formula expressing the density of the solid sphere ρ_s in terms of ρ_1 , ρ_2 , D and R .

2022年10月, 2023年4月入学 (October 2022 and April 2023 Admission)
 広島大学大学院先進理工系科学研究科博士課程前期 (一般選抜) 専門科目入学試験問題
 Graduate School of Advanced Science and Engineering (Master's Course), Hiroshima University
 Entrance Examination Booklet (General Selection)

(2022年8月25日実施 / August 25, 2022)

試験科目 Subject	機械工学(専門科目Ⅱ) Mechanical Engineering II	プログラム Program	機械工学 Mechanical Engineering	受験番号 Examinee's Number	M
-----------------	--	------------------	--------------------------------	------------------------------	---

[問題用紙]

Ⅱ-4(制御工学)(Control Engineering)[1/2]

問題1 (Question 1)

以下の問いに答えよ。

1. つぎの微分方程式を考える。

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2} + 3\frac{dy(t)}{dt} + 2y(t) = u(t), \quad y(0) = \frac{dy(0)}{dt} = 0$$

- (a) u から y への伝達関数を求めよ。
- (b) $u(t) = 2, t \geq 0$ のとき, 微分方程式を $y(t), t \geq 0$ について解け。
- (c) $u(t) = 2, t \geq 0$ のとき, $y(t)$ の定常応答を求めよ。

2. $Y(s) = G(s)U(s)$ を考える。

- (a) $u(t) = 1, t \geq 0$ のときの定常応答が $y(t) = \sin(t), t \geq 0$ であった。 $G(s)$ を求めよ。
- (b) $u(t) = \sin(t), t \geq 0$ のときの定常応答が $y(t) = \sin(t - a), t \geq 0$ であった。ただし, $a > 0$ とする。 $G(s)$ を求めよ。

Answer the following questions.

1. Consider the following differential equation.

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2} + 3\frac{dy(t)}{dt} + 2y(t) = u(t), \quad y(0) = \frac{dy(0)}{dt} = 0$$

- (a) Derive the transfer function from u to y .
- (b) When $u(t) = 2, t \geq 0$, solve the differential equation with respect to $y(t), t \geq 0$.
- (c) When $u(t) = 2, t \geq 0$, compute the steady-state response of $y(t)$.

2. Consider $Y(s) = G(s)U(s)$.

- (a) When $u(t) = 1, t \geq 0$, the steady-state response of the output is $y(t) = \sin(t), t \geq 0$. Derive $G(s)$.
- (b) When $u(t) = \sin(t), t \geq 0$, the steady-state response of the output is $y(t) = \sin(t - a), t \geq 0$, where $a > 0$. Derive $G(s)$.

試験科目 Subject	機械工学(専門科目Ⅱ) Mechanical Engineering II	プログラム Program	機械工学 Mechanical Engineering	受験番号 Examinee's Number	M
-----------------	--	------------------	--------------------------------	---------------------------	---

[問題用紙]

Ⅱ-4(制御工学)(Control Engineering)[2/2]

問題2 (Question 2)

Fig. 1 のシステムについて, 以下の問いに答えよ。

1. $G_1(s) = \frac{5}{s+a}$ および $G_2(s) = \frac{10}{(s+1)^2}$ であり, a は実数とする。Fig. 1 のシステムが安定となるために a が満たすべき条件を求めよ。
2. ある安定な伝達関数 $G_1(s)$ のボード線図が Fig. 2 で与えられているものとする。また, $G_2(s) = 10$ とする。Fig. 1 のシステムが安定であるか否か, 理由とともに答えよ。
3. ある安定な伝達関数 $G_1(s)$ のボード線図が Fig. 2 で与えられているものとする。また, $G_2(s) = 5$ とする。このとき, Fig. 1 のシステムは安定となる。入力 $r(t) = 1, t \geq 0$ に対する出力 $y(t)$ の定常値を求めよ。
4. ある安定な伝達関数 $G_1(s)$ のボード線図が Fig. 2 で与えられているものとする。また, $G_2(s) = 0$ とする。入力 $r(t) = 5 + \sin(10t), t \geq 0$ に対する出力 $y(t)$ の定常応答を求めよ。

Consider the system in Fig. 1. Answer the following questions.

1. Let $G_1(s) = \frac{5}{s+a}$ and $G_2(s) = \frac{10}{(s+1)^2}$, where a is a real number. Derive the condition of a under which the system in Fig. 1 is stable.
2. Suppose that the Bode diagram of a stable transfer function $G_1(s)$ is given in Fig. 2. Let $G_2(s) = 10$. Answer whether the system in Fig. 1 is stable or not. In addition, explain the reason for it.
3. Suppose that the Bode diagram of a stable transfer function $G_1(s)$ is given in Fig. 2. Let $G_2(s) = 5$. In this case, the system in Fig. 1 is stable. Obtain the steady-state value of the output $y(t)$ for the input $r(t) = 1, t \geq 0$.
4. Suppose that the Bode diagram of a stable transfer function $G_1(s)$ is given in Fig. 2. Let $G_2(s) = 0$. Obtain the steady-state response of the output $y(t)$ for the input $r(t) = 5 + \sin(10t), t \geq 0$.

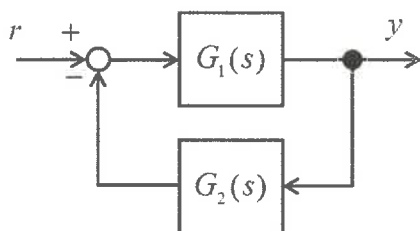


Fig. 1 Feedback system

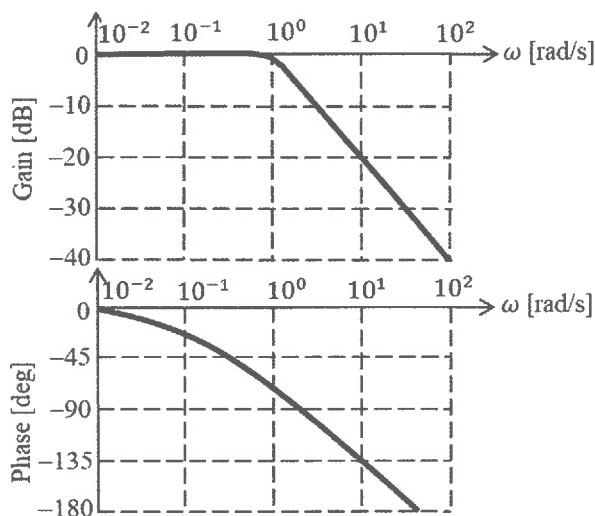


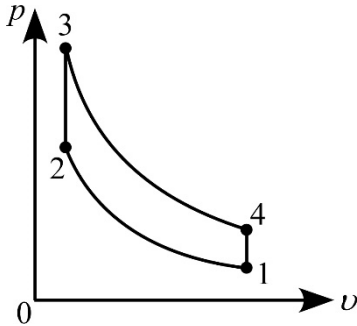
Fig. 2 Bode diagram of G_1

熱力学 (Thermodynamics)

2022 年 8 月実施の入試問題の略解 (Brief explanations of the entrance examination in August 2022)

問題 1 (Question 1)

(a)



(b) 理想気体の等エントロピー関係式を使い, $T_2 = 350 \times 11^{1.4-1} = 913 \text{ K}$, $p_2 = 0.1 \times 11^{1.4} = 2.87 \text{ MPa}$ 。
Using the isentropic relations of an ideal gas, $T_2 = 350 \times 11^{1.4-1} = 913 \text{ K}$ and $p_2 = 0.1 \times 11^{1.4} = 2.87 \text{ MPa}$.

(c) 第一法則を使い, $c_v(T_2 - T_1) = \frac{0.287}{1.4-1} \times (T_2 - T_1) = 404 \text{ kJ}$ 。

Using the first law, $c_v(T_2 - T_1) = \frac{0.287}{1.4-1} \times (T_2 - T_1) = 404 \text{ kJ}$.

(d) 定容加熱過程だから, $T_3 = T_2 + \frac{q}{c_v} = T_2 + \frac{800}{0.287} \times (1.4-1) = 2030 \text{ K}$ 。

理想気体の状態方程式を使い, $p_3 = \frac{RT_3}{v_3} = \frac{RT_3}{v_2} = p_2 \frac{T_3}{T_2} = 6.37 \text{ MPa}$ 。

Because of the isochoric heating process, $T_3 = T_2 + \frac{q}{c_v} = T_2 + \frac{800}{0.287} \times (1.4-1) = 2030 \text{ K}$.

Using the equation of state of an ideal gas, $p_3 = \frac{RT_3}{v_3} = \frac{RT_3}{v_2} = p_2 \frac{T_3}{T_2} = 6.37 \text{ MPa}$.

(e) $\Delta s_{23} = \int_{T_2}^{T_3} \frac{c_v dT}{T} = \frac{R}{\kappa-1} \ln \frac{T_3}{T_2} = \frac{0.287}{1.4-1} \ln \frac{T_3}{T_2} = 0.572 \text{ kJ}/(\text{K} \cdot \text{kg})$ 。

問題 2 (Question 2)

(a) 関係式 $s_G - s_L = \frac{r}{T}$ と $v_G - v_L \approx v_G = \frac{RT}{p}$ を使い, $\frac{dp}{dT} = \frac{s_G - s_L}{v_G - v_L} = \frac{r}{R T^2}$ 。

Using the relations of $s_G - s_L = \frac{r}{T}$ and $v_G - v_L \approx v_G = \frac{RT}{p}$, $\frac{dp}{dT} = \frac{s_G - s_L}{v_G - v_L} = \frac{r}{R T^2}$.

(b) $\frac{dp}{dT} = \frac{r}{R T^2} \Rightarrow \int_{p_b}^p \frac{dp}{p} = \frac{r}{R} \int_{T_b}^T \frac{dT}{T^2} \Rightarrow \ln \frac{p}{p_b} = -\frac{r}{R} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_b} \right)$ 。

(c) $p = p_b \exp \left[-\frac{r}{R} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_b} \right) \right] = 101 \times \exp \left[-\frac{2257}{0.4615} \left(\frac{1}{298} - \frac{1}{373} \right) \right] = 3.73 \text{ kPa}$ 。

以上

流体力学 (Fluid Mechanics)

2022 年 8 月実施の入試問題の略解 (Brief explanations of the entrance examination in August 2022)

問題 1 (Question 1)

$$(a) v_1 = \frac{Q}{\pi(d_1/2)^2} = 0.603 \text{ m/s}, \quad v_2 = \frac{Q}{\pi(d_2/2)^2} = 2.83 \text{ m/s}.$$

$$(b) \text{ベルヌーイの式を使い, } p_1 = p_a + \frac{\rho}{2}(v_2^2 - v_1^2) = 104 \text{ kPa}.$$

$$\text{Using the Bernoulli's equation, } p_1 = p_a + \frac{\rho}{2}(v_2^2 - v_1^2) = 104 \text{ kPa}.$$

$$(c) x \text{ 軸方向の運動量保存則より, } F_x = (p_1 + \rho v_1^2)\pi\left(\frac{d_1}{2}\right)^2 + \cos(60^\circ)(p_a + \rho v_2^2)\pi\left(\frac{d_2}{2}\right)^2 = 38.4 \text{ kN}.$$

$$y \text{ 軸方向の運動量保存則より, } F_y = \sin(60^\circ)(p_a + \rho v_2^2)\pi\left(\frac{d_2}{2}\right)^2 = 6.61 \text{ kN}.$$

From the momentum conservation in the x direction,

$$F_x = (p_1 + \rho v_1^2)\pi\left(\frac{d_1}{2}\right)^2 + \cos(60^\circ)(p_a + \rho v_2^2)\pi\left(\frac{d_2}{2}\right)^2 = 38.4 \text{ kN}.$$

From the momentum conservation in the y direction,

$$F_y = \sin(60^\circ)(p_a + \rho v_2^2)\pi\left(\frac{d_2}{2}\right)^2 = 6.61 \text{ kN}.$$

$$(d) F = |\mathbf{F}| = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = 39.0 \text{ kN}, \quad \theta = \text{Tan}^{-1}\left(\frac{F_y}{F_x}\right) = 0.171 \text{ rad} = 9.77^\circ.$$

問題 2 (Question 2)

$$(a) \text{流速が } 0 \text{ なので } 0 = -\frac{1}{\rho}\nabla p + \mathbf{g} \text{ であり, } \mathbf{g} \text{ は } -z \text{ 方向だから, } \frac{dp}{dz} = -\rho g.$$

$$\text{Because the fluid is at rest, } 0 = -\frac{1}{\rho}\nabla p + \mathbf{g}. \text{ Further, } \mathbf{g} \text{ is in the } -z \text{ direction, } \frac{dp}{dz} = -\rho g.$$

$$(b) \frac{dp}{dz} = -\rho g \text{ の解は } p = p_0 - \rho g z \text{ だから, 流体①中では } p(z > 0) = p_0 - \rho_1 g z \text{ であり, 流体②中では } p(z < 0) = p_0 - \rho_2 g z \text{ である.}$$

$$\text{Because the solution of } \frac{dp}{dz} = -\rho g \text{ is } p = p_0 - \rho g z, \quad p(z > 0) = p_0 - \rho_1 g z \text{ in the fluid ①, and } p(z < 0) = p_0 - \rho_2 g z \text{ in the fluid ②.}$$

$$(c) F = \rho_1 g V_1 + \rho_2 g V_2.$$

$$(d) V_2 = \int_{-R}^{D-R} \pi(R^2 - z^2) dz = \frac{\pi}{3}(3R - D)D^2, \quad V_1 = \frac{4}{3}\pi R^3 - V_2 = \frac{\pi}{3}(D + R)(D - 2R)^2.$$

$$\rho_1 g V_1 + \rho_2 g V_2 = \rho_s g \frac{4}{3}\pi R^3 \text{ だから, } \rho_s = \frac{\rho_1(D + R)(D - 2R)^2 + \rho_2(3R - D)D^2}{4R^3}.$$

$$\rho_1 g V_1 + \rho_2 g V_2 = \rho_s g \frac{4}{3}\pi R^3. \text{ Therefore, } \rho_s = \frac{\rho_1(D + R)(D - 2R)^2 + \rho_2(3R - D)D^2}{4R^3}.$$

以上