

中等教育研究開発室年報 第35号 (2022年3月31日発行) 別冊電子版
2021年度 授業実践事例

数学科 SAGAs 高等学校第Ⅱ学年

推定の考え方
母比率の区間推定を用いて，社会問題を解決しよう

授業者 喜田 英昭

(校内研究授業)

広島大学附属中・高等学校

高等学校 SAGAs「GS 社会と統計」 学習指導案

指導者 喜田 英昭

- 日時** 令和3年12月3日(金) 第6限
- 場所** 数学教室
- 学年・組** 高等学校Ⅱ年4組40人(男子24人 女子16人)
- 単元** 推定の考え方
- 目標**
1. データの数が増えたとき、新しい統計的性質が導出できることを理解する。
(知識及び技能)
 2. 具体的な例を通して点推定と区間推定の方法を理解し、コンピュータを利用しながらいろいろな問題の考察に利用することができる。(思考力、判断力、表現力等)
 3. 信頼区間の推定方法を利用して、適切な統計的な判断のための標本サイズを求めることができる。
(思考力、判断力、表現力等)
 4. 推定の考え方をを用いて、様々な社会問題に活用することができる。
(学びに向かう力、人間性等)

指導計画(全8時間)

- 第一次 大数の法則と中心極限定理 1時間
- 第二次 点推定と区間推定 1時間
- 第三次 信頼区間の作成と意味 1時間
- 第四次 母平均の区間推定 1時間
- 第五次 t分布による区間推定 2時間
- 第六次 母比率の区間推定 2時間(本時 2/2)

授業について

「GS 社会と統計」の学習目標は「統計的な見方・考え方、概念を理解することで、データやデータの分析を批判的に思考する力を育成する」である。本節では、「母比率の区間推定」という推測統計の考え方・手法を学び、その手法を活用して、「感染症の新しい検出器は従来のものより検出力が高いか」という現実的な問題に取り組む。1時間目では、標本比率から母比率の95%信頼区間を求める手法について学び、この区間推定の手法を用いるレポート課題に取り組ませた。本時では、単に母比率の95%信頼区間を求めるのではなく、95%信頼区間の意味、標本のサイズと信頼区間の関係を考え、グループでの議論をふまえて社会問題について統計的に推定する思考力、判断力を身に付けさせたい。

題目 母比率の区間推定を用いて、社会問題を解決しよう

本時の目標

- ・ 標本比率から母比率の95%信頼区間を求めるとき、標本のサイズによって区間推定の精度が変わることを理解できる。
- ・ 感染症の検出という社会問題に対し、科学的、社会的側面から多角的に考察し、統計的な手法を活用して判断することができる。

本時の評価規準(観点/方法)

1. 標本比率から母比率の95%信頼区間を正しく求めることができる。
(知識・技能/ワークシート)
2. 感染症の検出器の新規開発という社会問題を、母比率の区間推定という統計的手法を利用して解決することで、推定の考え方をもとにした統計的な見方・考え方ができるようになる。
(思考・判断・表現/観察, ワークシート)

本時の学習指導過程

学習内容	学習活動	指導上の留意点
(導入) レポート課題の確認		
<p>【課題】ある医療機器メーカーが開発した感染症 A の新型の検出器を用いて、感染症 A のウイルス保有者 40 名を検査したところ、25 人に陽性反応が出ました。</p> <p>(1) この新型の検出器の検出率の 95%信頼区間を求めてください。</p> <p>(2) 従来型の検出器の検出率は 50%であるとされている。この検出器の検出率は従来型より高いといえますか。</p> <p>(3) (2)の結論を確かめるため、新型の検出器を用いて新たにウイルス保有者 120 名を検査したところ、75 名に陽性反応が出ました。最初の検査と陽性反応者の割合は変化していないので、(2)と同じ結論といえますか。300 字程度で述べてください。</p> <p>(4) このような新しい検出器の精度を統計によって判断するとき、どのようなことに気をつけて調査を行えばよいでしょうか。300 字程度で述べてください。</p>		
(展開) 母比率の 95%信頼区間をもとにした考察 <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; width: fit-content; margin: 0 auto;">見通す</div>	<p>○(1)をもとに、母比率の 95%信頼区間の求め方を確認する。</p> <p>○(2)について、グループ内で議論する。 (予想される内容)</p> <p>・信頼区間の下限が0.5を下回っているため、高いとはいえない。</p>	<p>・予めレポート課題を提出させ、A～J までのグループ分けを行っている</p> <p>・グループの意見はホワイトボードに書き込ませる。</p>
<p>【問い】 なぜ、「信頼区間の下限が 0.5 を下回ると高いとはいえない」のでしょうか</p>		
標本のサイズによる信頼区間の変化	<p>○95%信頼区間の意味を振り返り、その理由を考える。</p> <p>○(3)について、(2)と同様にグループ内で議論する。 (予想される内容)</p> <p>・信頼区間の下限が0.5を超えたので、(2)と同じ結論にはならない。</p>	
<p>【問い】 なぜ、標本比率が変わらないのに、(2)と(3)で異なる結論が得られたのでしょうか。</p>		
<div style="border: 1px solid black; padding: 2px; width: fit-content; margin: 0 auto;">比較する</div>	<p>○標本のサイズが大きくなれば、誤差が小さくなることを確認する。</p>	
<p>【問い】 社会問題を統計によって判断するとき、何に気をつければよいでしょうか。</p>		
<div style="border: 1px solid black; padding: 2px; width: fit-content; margin: 0 auto;">追求する</div> (まとめ) 推定の考え方	<p>○標本調査の方法や実施におけるコストなど多角的に議論する。</p> <p>○推定の考え方をもとに、統計的な見方・考え方を振り返る。</p>	
<p>備考 準備物:ホワイトボード, ワークシート</p>		

【課題】 ある医療機器メーカーが開発した感染症 A の新型の検出器を用いて、感染症 A のウイルス保有者 40 名を検査したところ、25 人に陽性反応が出ました。

- (1) この新型の検出器の検出率の 95 %信頼区間を求めてください。
- (2) 従来型の検出器の検出率は 50 %であるとされている。この検出器の検出率は従来型より高いといえますか。
- (3) (2) の結論を確かめるため、新型の検出器を用いて新たにウイルス保有者 120 名を検査したところ、75 名に陽性反応が出ました。最初の検査と陽性反応者の割合は変化していないので、(2) と同じ結論といえますか。300 字程度で述べてください。
- (4) このような新しい検出器の精度を統計によって判断するとき、どのようなことに気をつけて調査を行えばよいでしょうか。300 字程度で述べてください。

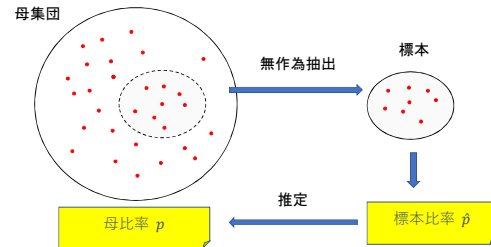
(参考文献：景山三平監修,「医療系のための統計入門」, 実教出版, 2015)

母比率の区間推定

母比率の区間推定を用いて社会問題を解決しよう

1

「母比率の推定」の考え方



2

課題

ある医療機器メーカーが開発した感染症Aの新型の検出器を用いて、感染症Aのウイルス保有者40名を検査したところ、25人に陽性反応が出ました。

- 1) この新型の検出器の検出率の95%信頼区間を求めてください。
- 2) 従来型の検出器の検出率は50%であるとされている。この検出器の検出率は従来型より高いといえますか。
- 3) 2)の結論を確かめるため、再度無作為抽出し、ウイルス保有者120名に対し新型の検出器を用いて検査したところ、75名に陽性反応が出ました。最初の検査と陽性反応者の割合は変化していないので、(2)と同じ結論といえますか。
- 4) このような新しい検出器の精度を統計によって判断するとき、どのようなことに気をつけて調査を行えばよいでしょうか。

(参考文献：景山三平監修、「医療系のための統計入門」、実教出版、2015)

3

母比率の区間推定

標本の大きさ n が十分に大きく、標本比率を \hat{p} とすると、母比率 p に対する95%信頼区間は

$$\hat{p} - 1.96 \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \leq p \leq \hat{p} + 1.96 \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$$

4

課題1)の考え方

- 1) 標本の大きさ $n = 40$ 、標本比率 $\hat{p} = \frac{25}{40} = 0.625$
 n は十分に大きいと考えて、

$$1.96 \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} = 1.96 \sqrt{\frac{0.625 \times 0.375}{40}} = 0.15003 \dots \approx 0.150$$

よって、 $0.625 - 0.150 = 0.475$ 、 $0.625 + 0.150 = 0.775$
より、新型の検出器の検出率 p の95%信頼区間は

$$0.475 \leq p \leq 0.775$$

である。

5

課題2)

▶従来型の検出器の検出率は50%であるとされている。

▶この検出器の検出率は従来型より高いといえますか。

各グループで議論してみよう！

6

問い

✓ なぜ,

「信頼区間の下限が0.5を下回ると
高いとはいえない」

のでしょうか。

7

課題3)

➤2)の結論を確かめるため、新型の検出器を用いて新たにウイルス保有者120名を検査したところ、75名に陽性反応が出ました。

➤最初の検査と陽性反応者の割合は変化していないので、2)と同じ結論といえますか。

各グループで議論してみよう！

8

課題3)の考え方

$$\begin{aligned} n = 40 \text{ のとき} \\ 0.625 - 1.96 \sqrt{\frac{0.625 \times 0.325}{40}} \leq p \leq 0.625 + 1.96 \sqrt{\frac{0.625 \times 0.325}{40}} \\ 0.475 \leq p \leq 0.775 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} n = 120 \text{ のとき} \\ 0.625 - 1.96 \sqrt{\frac{0.625 \times 0.325}{120}} \leq p \leq 0.625 + 1.96 \sqrt{\frac{0.625 \times 0.325}{120}} \\ 0.538 \leq p \leq 0.712 \end{aligned}$$

9

問い

✓ なぜ,

標本比率が変わらないのに,

2)と3)で異なる結論が得られたのでしょうか。

10

課題(4)

➤このような新しい検出器の精度を統計によって判断するとき、どのようなことに気をつけて調査を行えばよいのでしょうか。

各グループで議論してみよう！

11

問い

✓社会問題を統計によって判断するとき,

どのようなことに気をつければよいのでしょうか。

12

実践上の留意点

【課題】の「感染症 A のウイルス保有者 40 名を検査したところ、25 人に陽性反応が出ました」とあります。この検査について少し説明を加えます。

まず、このような検査はウイルス験者がウイルスの保有者であるか、非保有者であるか分かっていない状態でランダムサンプリングを行い、その後検査を行います。このような検査を「ブラインドテスト」といいます。この検査を行うと表 1 の 4 つの状態が起こります。

表 1 検査の結果

	検査が陽性	検査が陰性	計
ウイルス保有者	25 (真陽性)	(偽陰性)	40
ウイルス非保有者	(偽陽性)	(真陰性)	
計			

今回の検査では、「感染症 A のウイルス保有者 40 名を検査したところ、25 人に陽性反応が出ました」となっていますので、真陽性の割合（確率）が $25/40 = 0.625$ ということを示しています。また、偽陰性（ウイルス保有者であるが検査で陰性）となる割合（確率）は、 $(40 - 25)/40 = 0.325$ であり、約 3 割のウイルス保有者が見逃されることとなります。この検査は、母集団に対して「新型の検出器を用いると感染症 A のウイルス保有者を検出できる」という仮説（この仮説を「対立仮説」といいます）が正しいことを示したいので、「新型の検出器では感染症 A の検出ができない」と仮説（この仮説を「帰無仮説」といいます）を設定し、この帰無仮説を否定することで対立仮説が正しいことを示します。

この検査では、標本調査の結果から母集団に対して判断をしようとしていますので、ある程度の誤りが生じます。この誤りは 2 種類あり、例えば、本当は帰無仮説が正しい、つまり検出できないのに検出できると判断する誤りを「第 1 種の過誤」、また、対立仮説が正しい、つまり、検出できるのに検出できないと判断する誤りを「第 2 種の過誤」といいます。

「第 1 種の過誤」が起こる確率 α を有意水準、または危険率といい、この標本に対する検査から計算される確率が予め設定した有意水準 α をよりも小さければ、帰無仮説が正しいことは滅多に起こらないと判断し、対立仮説が正しいと判断します。

「第 2 種の過誤」は、本当は検出できる検出器なのに検出できないと判断する誤りです。この確率 β を 1 から引いた確率 $1 - \beta$ を検出力といいます。検出力とは、検出できる（対立仮説が正しい）ときに、帰無仮説を正しくないと判断できる確率のことです。

これら 2 種類の過誤は、条件が同じであれば、一方を小さくすれば他方が大きくなり、逆に他方を小さくすると一方が大きくなるという「トレードオフ」の関係になります。実際には、それぞれの過誤が当事者（患者、病院、医療品開発会社）にとってどのような影響を及ぼすのか、また、それぞれの過誤を小さくするのにどのようなコストがかかるのか、調査前に十分に考える必要があります。

