広島大学大学院先進理工系科学研究科理工学融合プログラム
（環境自然科学分野）（博士課程前期）入学試験（令和４年１月実施）
Transdisciplinary Science and Engineering Program
(Environmental and Natural Sciences),
Graduate School of Advanced Science and Engineering (Master's Course), Hiroshima University
Entrance Examination (January 2022)

受 験 番 号 Examinee's Number							
M							

問題用紙　　専門科目　　[一般選抜]

Question Sheet　　Specialized Subject　　General Selection

1. 領域 $D=\{x+y\leq 1, x\geq 0, y\geq 0\}$ 上の２重積分，

$$I=\iint_D \mathrm{Arctan}\sqrt{\frac{y}{x}}\,dxdy$$

について，以下の問いに答えよ。

(1) 積分領域を x-y 平面図に示し，その領域にハッチングをつけ，かつ，x，y 軸上の数値を記入せよ。

(2) $x=(r\cos\theta)^2$，　$y=(r\sin\theta)^2$ の変数変換を行う際の，ヤコビアン行列式を求めよ。
なお，$(x, y)\rightarrow(r, \theta)$ の変数変換におけるヤコビアン行列式 J は，以下の通り与えられる。

$$J=\begin{vmatrix}\dfrac{\partial x}{\partial r} & \dfrac{\partial x}{\partial\theta}\\ \dfrac{\partial y}{\partial r} & \dfrac{\partial y}{\partial\theta}\end{vmatrix}$$

(3) ２重積分 I を求めよ。

Answer the following questions about the double integral I on the region $D=\{x+y\leq 1, x\geq 0, y\geq 0\}$.

$$I=\iint_D \mathrm{Arctan}\sqrt{\frac{y}{x}}\,dxdy$$

(1) Show and hatch the domain of the integral on the x-y plane and express numerical values on the x and y axes.

(2) Convert the variables with $x=(r\cos\theta)^2$,　$y=(r\sin\theta)^2$, then calculate the Jacobian determinant, J. Note that the Jacobian determinant can be written by the following fomula for the coodinate transformation, $(x, y)\rightarrow(r, \theta)$.

$$J=\begin{vmatrix}\dfrac{\partial x}{\partial r} & \dfrac{\partial x}{\partial\theta}\\ \dfrac{\partial y}{\partial r} & \dfrac{\partial y}{\partial\theta}\end{vmatrix}$$

(3) Calculate the double integral I.

広島大学大学院先進理工系科学研究科理工学融合プログラム
（環境自然科学分野）（博士課程前期）入学試験（令和４年１月実施）
Transdisciplinary Science and Engineering Program
(Environmental and Natural Sciences),
Graduate School of Advanced Science and Engineering (Master's Course), Hiroshima University
Entrance Examination (January 2022)

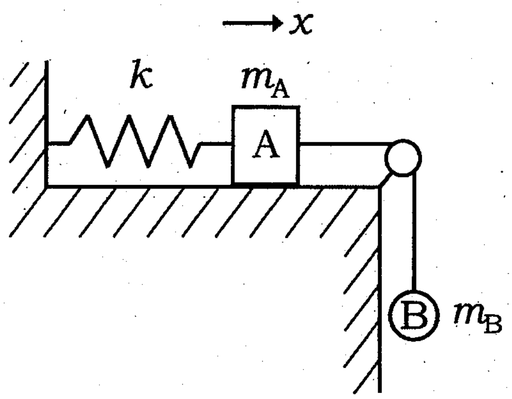
受　験　番　号 Examinee's Number							
M							

問題用紙　　専門科目　　[一般選抜]

Question Sheet　　Specialized Subject　　General Selection

2. 図のように，物体 A(質量：m_A)がばね定数 k の軽いばね，及び伸縮しない軽い糸で滑車を通して物体 B(質量：m_B)に繋がれている。床や滑車には摩擦はなく，運動はばねの伸び方向に束縛されているとした場合について以下の問いに答えよ。尚，重力加速度の大きさは g，糸の張力は T とする。

(1) 物体 A と物体 B がつり合いの位置にあるときのばねの伸び x_0 を求めよ。
(2) 物体 B をつり合いの位置から d だけ引いて放したとき，物体 A は単振動する。この際の物体 A の運動方程式及び一般解を求めよ。
(3) 初期条件 $x(0)=d$, $x'(0)=0$ を満たす解を求めよ。
(4) 物体 B をつり合いの位置から引く距離 d が大きくなり，張力が $T \geqq 0$ を満たさなくなると，物体 A は単振動しなくなる。物体 A が単振動できる限界の距離 d を求めよ。



As shown in figure, an object A (mass: m_A) is connected to a massless spring with a spring constant of k and to an object B (mass: m_B) by non-stretchable massless string. Assuming that there is no friction at floor and pulley, and motion of object is limited to the stretching direction of spring, answer the following questions. Here, the magnitude of gravitational acceleration is g, and tension of the string is T.

(1) When the object A and object B are at equilibrium position, find the spring expansion x_0.
(2) When the object B is pulled from the equilibrium position by d and released, the object A causes simple harmonic oscillation. Find the equation of motion for the object A and the general solution at this situation.
(3) Find the solution to satisfy initial conditions, $x(0)=d$ and $x'(0)=0$.
(4) When the distance d for pulling the object B from the equilibrium position becomes large, and the tension does not satisfy $T \geqq 0$, the object A does not cause simple harmonic oscillation. Find the limit distance d at which the object A can cause simple harmonic oscillation.

受験番号 Examinee's Number							
M							

問題用紙　専門科目　[一般選抜]
Question Sheet　Specialized Subject　General Selection

3. 状態 1（0.1 MPa, 300 K）にある空気 1 kg を定圧で 600 K まで加熱して状態 2 にし，さらに定温で 1 MPa まで圧縮して状態 3 にした。この変化について以下の問い(1)～(4)に答えよ。ただし，空気は理想気体とし，そのモル質量は 0.0288 kg/mol，0.1 MPa における定圧比熱は 1 kJ/(kg K)とする。また，一般気体定数を 8.31 J/(mol K)とする。必要なら表 1 と次式を利用せよ。

$$\log_e x = 2.303 \log_{10} x$$

(1) この空気の状態 1, 2, 3 における体積を求めよ。
(2) 状態 1 から状態 2 に変化した時に空気が得る熱と仕事を求めよ。
(3) 状態 2 から状態 3 に変化した時に空気が得る熱と仕事を求めよ。
(4) 状態 1 から状態 3 への変化に伴う空気の内部エネルギーの変化量を求めよ。

この空気を状態 1 から定温で 1 MPa まで圧縮して状態 4 にし，さらに定圧で 600 K まで加熱して状態 5 にした。

(5)状態 1 から状態 5 への変化に伴う空気の内部エネルギーの変化量を求めよ。
(6) 1 MPa における空気の定圧比熱はいくらか。

表 1　常用対数表/ Table 1　Common logarithm values

x	$\log_{10} x$
2	0.301
3	0.477
4	0.602
5	0.699
6	0.778
7	0.845
8	0.903
9	0.954
10	1.000

One kilogram of air at state 1 (0.1 MPa, 300 K) is heated to 600 K under constant pressure to be at state 2. It was further pressurized to 1 MPa under constant temperature to be state 3. Answer the following questions (1)-(4) regarding this process. Assume that the air is ideal gas, that its molar mass is 0.0288 kg/mol, and that its specific heat under 0.1 MPa is 1 kJ/(kg K). Use 8.31 J/(mol K) for the value of the universal gas constant. Use Table 1 and the following equation if necessary.

$$\log_e x = 2.303 \log_{10} x$$

(1) Calculate the volume of this air at the states 1, 2, and 3.
(2) Calculate the heat and work that this air receives for the change from the state 1 to the state 2?
(3) Calculate the heat and work that this air receives for the change from the state 2 to the state 3?
(4) Calculate the change of the internal energy of this air for the change from the state 1 to the state 3?

This air is compressed to 1 MPa under constant temperature from the state 1 to be at state 4, and then heated to 600 K under constant pressure to be at state 5.

(5) Calculate the change of the internal energy of this air for the change from the state 1 to the state 5?
(6) What is the specific heat under constant pressure of air under 1 MPa?

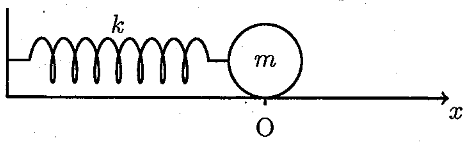
広島大学大学院先進理工系科学研究科理工学融合プログラム
（環境自然科学分野）（博士課程前期）入学試験（令和４年１月実施）
Transdisciplinary Science and Engineering Program
(Environmental and Natural Sciences),
Graduate School of Advanced Science and Engineering（Master's Course），Hiroshima University
Entrance Examination (January 2022)

受 験 番 号 Examinee's Number							
M							

問題用紙　　専門科目　　[一般選抜]

Question Sheet　　Specialized Subject　　General Selection

1. 質量 m のおもりが図のように床に水平に置かれ、バネ定数 k のバネによって壁に取り付けられている。おもりは質点とみなすことができるとする。バネが自然長であるときのおもりの位置を原点とし、バネの伸びる方向に x 軸をとる。



まず、おもりおよびバネに働く摩擦が無視できる場合を考える。

(1) 時刻 t におけるおもりの位置を $x(t)$ とする。$x(t)$ の微分方程式として運動方程式を書け。

(2) 運動方程式の一般解を求めよ。ただし、固有角振動数 $\omega_0 = \sqrt{k/m}$ を用いよ。

次に、おもりにその速度 v に比例する抵抗力 $-bv$ が働くとする。ただし b は正の定数で $b/m \ll \omega_0$ とする。

(3) 運動方程式を書き、質点の位置 x の一般解を求めよ。

(4) 初期条件 $x(0) = 0$、$v(0) = v_0$ を与えた場合の $x(t)$ を求め、その概形をグラフにせよ。

さらに上記抵抗力に加えて、外力 $F(t) = F_0 \cos(\omega t)$ がおもりに働くとする。ただし F_0、ω は正の定数とする。

(5) 運動方程式を書き、その特解を求めよ。長時間経過後にはこの特解が $x(t)$ の振る舞いを決定する理由を述べよ。

(6) 特解の振幅を外力の角振動数 ω の関数としてグラフに表せ。また、そのグラフを用いて共鳴現象について説明せよ。

広島大学大学院先進理工系科学研究科理工学融合プログラム
（環境自然科学分野）（博士課程前期）入学試験（令和４年１月実施）
Transdisciplinary Science and Engineering Program
(Environmental and Natural Sciences),
Graduate School of Advanced Science and Engineering（Master's Course）, Hiroshima University
Entrance Examination (January 2022)

受験番号 Examinee's Number							
M							

問題用紙　　専門科目　　［　一般選抜　］

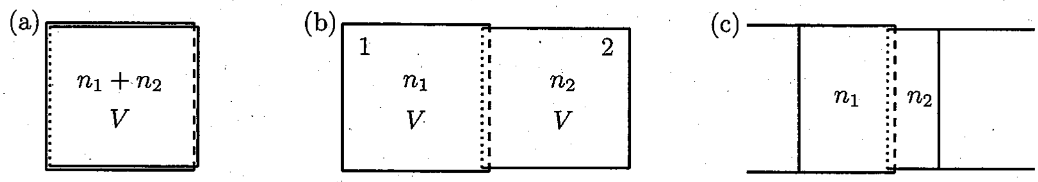
Question Sheet　　Specialized Subject　　General Selection

2. n mol の理想気体が体積 V の箱の中に閉じ込められている。箱は温度 T の熱浴内に置かれ、箱の壁は熱を伝えるものとする。また、箱の壁の一部を移動させて、箱の体積 V を変化させることができるとする。

(1) 箱の体積を V から、圧力 P の変化を無視できるほど微小な量 dV だけ準静的等温過程で変化させたとき、気体がする仕事は PdV である。この過程で気体に流入する熱を Q とすると、定義よりエントロピー変化は $dS = Q/T$ である。また、理想気体の定義よりこの過程で内部エネルギーは変化しない。以上より、dS を n、気体定数 R、V を用いて書き表せ。

(2) 気体の体積が V_a から V_b に変化するときのエントロピー変化を n、R、V_a、V_b を用いて書き表せ。

下図のような体積 V の２つの箱が組み合わされ、温度 T の熱浴内に置かれているとする。箱の壁は熱を伝えるものとする。箱１の破線で示した壁は理想気体２のみを透過し、箱２の点線で示した壁は理想気体１のみを透過する半透膜になっている。箱２は２つの半透膜が接触するまで箱１から引き出せるとする。初め、下図 (a) のように箱は互いに入れ子になっており、n_1 mol の理想気体１と n_2 mol の理想気体２の混合気体が、内部を一様に満たしているとする。

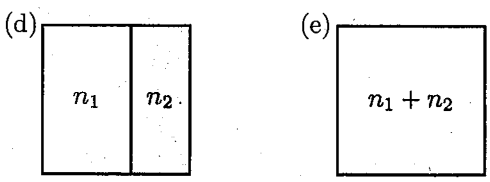


(3) (a) の状態での圧力 P と、それぞれの理想気体による分圧 P_1、P_2 を求めよ。

(4) 箱２を準静的等温過程で箱１から引き抜き、理想気体１と理想気体２を完全に分離する。このとき、理想気体になされる仕事は０である。また理想気体のエントロピーは変化しない。これらの理由を説明せよ。

(5) 分離後、それぞれの理想気体を (a) での圧力 P になるまで (c) のように壁を移動させ、圧縮する。初期状態 (a) と、この終状態 (c) との全系のエントロピー差を、n_1、n_2、R を用いて表わせ。

体積 V の箱の中に左右に自由に動く仕切りを入れ、左側の小部屋に理想気体１を n_1 mol、右側の小部屋に理想気体２を n_2 mol 入れる。気体が平衡状態に達した状態を始状態 (d) とする。その後仕切りを抜き取り、再び平衡状態に達した状態を終状態 (e) とする。



(6) 始状態と終状態のエントロピー変化が、上で求めたエントロピー変化に負号をつけたものと等しいことを説明せよ。

広島大学大学院先進理工系科学研究科理工学融合プログラム
（環境自然科学分野）（博士課程前期）入学試験（令和４年１月実施）
Transdisciplinary Science and Engineering Program
(Environmental and Natural Sciences),
Graduate School of Advanced Science and Engineering（Master's Course）, Hiroshima University
Entrance Examination (January 2022)

受験番号 Examinee's Number							
M							

問題用紙　　専門科目　　[一般選抜]

Question Sheet　　Specialized Subject　　General Selection

3. 以下の文章は、"Ionic imbalance induced self-propulsion of liquid metals" という論文 (Zavabeti et al, Nature Communications, 2016, 7:12402) の概要である。

Components with self-propelling abilities are important building blocks of small autonomous systems and the characteristics of liquid metals are capable of fulfilling self-propulsion criteria. To date, there has been no exploration regarding the effect of electrolyte ionic content surrounding a liquid metal for symmetry breaking that generates motion. Here we show the controlled actuation of liquid metal droplets using only the ionic properties of the aqueous electrolyte. We demonstrate that pH or ionic concentration gradients across a liquid metal droplet induce both deformation and surface Marangoni flow. We show that the Lippmann dominated deformation results in maximum velocity for the self-propulsion of liquid metal droplets and illustrate several key applications, which take advantage of such electrolyte-induced motion. With this finding, it is possible to conceive the propulsion of small entities that are constructed and controlled entirely with fluids, progressing towards more advanced soft systems.

electrolyte: 電解質、actuation: 駆動、Marangoni flow: マランゴニ流

(1) この概要を和訳せよ。ただし、Lippmann dominated deformation は英文のまま使用してよい。

(2) 下記は上述の Lippmann dominated deformation を説明している部分である。この説明を読み、この論文で紹介されている液体金属液滴の駆動メカニズムを推定し、説明せよ。ここで electrode potential とは液体金属液滴の表面と周囲の電解質溶液の間に生じる電位差のことである。

The ionic imbalance at the interface between the liquid metal and the solution approaches equilibrium through the formation of an electrical double layer (EDL). For a liquid metal immersed in an ionic solution, the EDL can be modelled as a parallel-plate capacitor. Based on the integrated Lippmann's equation, the surface tension of the liquid metal droplet γ changes with the square of the potential as

$$\gamma = -\frac{C}{2}(\varphi - \varphi_0)^2 + \gamma_0 \tag{1}$$

in which C is the EDL capacitance per unit area, φ is the electrode potential, φ_0 is the potential of zero charge (PZC) and γ_0 is the maximum surface tension at PZC.

electrical double layer: 電気２重層