

広島大学大学院先進理工系科学研究科理工学融合プログラム
 (環境自然科学分野) (博士課程前期) 入学試験 (令和3年8月実施)
 Transdisciplinary Science and Engineering Program
 (Environmental and Natural Sciences),
 Graduate School of Advanced Science and Engineering (Master's Course), Hiroshima University
 Entrance Examination (August 2021)

受験番号 Examinee's Number	M						
---------------------------	---	--	--	--	--	--	--

問題用紙

専門科目

[一般選抜]

Question Sheet

Specialized Subject

General Selection

問題1～5の中から4つを選択して間に答えよ。選択した問題番号は必ず記入すること。

Choose the four problems in Problem 1-5 and answer them. Write the problem number which you choose.

問題1 次の問題に答えよ。

Problem 1. Please answer the following problems.

以下の2階微分方程式を考える。

Consider the following second-order differential equation,

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} \right) G(x_1, x_2) = -\rho(x_1, x_2).$$

ここで、 $G(x_1, x_2)$ は以下の境界条件を満たすとする。

Here, $G(x_1, x_2)$ satisfies the following boundary condition,

$$G(x_1, x_2) = \begin{cases} G_1 & (x_2 = a), \\ G_2 & (x_2 = b > a). \end{cases}$$

(1)～(5)の問い合わせに答えよ。

Answer the questions (1)～(5).

(1) $\rho(x_1, x_2) = 0$ のとき、 $G(x_1, x_2)$ は x_2 のみの関数となる。 $G(x_1, x_2)$ を求めよ。

For $\rho(x_1, x_2) = 0$, $G(x_1, x_2)$ depends on x_2 only. Find $G(x_1, x_2)$.

中心差分を用いて、

By using a central difference approximation,

$$\frac{\partial}{\partial x} f(x) \sim \frac{f(x + \Delta/2) - f(x - \Delta/2)}{\Delta}$$

上の微分方程式を近似する。

we rewrite the differential equation.

(2) $G(x_1, x_2)$ を $G(x_1 + \Delta, x_2), G(x_1 - \Delta, x_2), G(x_1, x_2 + \Delta), G(x_1, x_2 - \Delta), \rho(x_1, x_2)$ 及び Δ を用いて表せ。

Express $G(x_1, x_2)$ using $G(x_1 + \Delta, x_2), G(x_1 - \Delta, x_2), G(x_1, x_2 + \Delta), G(x_1, x_2 - \Delta), \rho(x_1, x_2)$ and Δ .

受験番号 Examinee's Number
M

Graduate School of Advanced Science and Engineering (Master's Course), Hiroshima University
 Entrance Examination (August 2021)

問題用紙

専門科目

[一般選抜]

Question Sheet Specialized Subject General Selection

問題1～5の中から4つを選択して間に答えよ。選択した問題番号は必ず記入すること。

Choose the four problems in Problem 1-5 and answer them. Write the problem number which you choose.

問題1 (つづき) Problem 1 (continued).

以下の□に適当な語句を入れなさい。

Enter the appropriate phrase in the following □.

設問(2)で求めた式を用いて、 $G(x_1, x_2)$ を反復法により求める。ヤコビの方法では、n+1ステップ目の $G(x_1, x_2)$ をnステップ目の $G(x_1 + \Delta, x_2), G(x_1 - \Delta, x_2), G(x_1, x_2 + \Delta), G(x_1, x_2 - \Delta)$ から求める。ガウス・ザイデルの方法では、n+1ステップ目の $G(x_1, x_2)$ をnステップ目の□(3)とn+1ステップ目の□(4)から求める。

Using the equation obtained at (2), we calculate $G(x_1, x_2)$ by iteration. In Jacob's method $G(x_1, x_2)$ at the n+1th step is calculated from $G(x_1 + \Delta, x_2), G(x_1 - \Delta, x_2), G(x_1, x_2 + \Delta), G(x_1, x_2 - \Delta)$ at the nth step. In Gauss-Seidel method $G(x_1, x_2)$ at the n+1th step is calculated from □(3) at the nth step and □(4) at n+1th step.

nステップ目の $G(x_1, x_2), G(x_1 + \Delta, x_2), G(x_1 - \Delta, x_2), G(x_1, x_2 + \Delta), G(x_1, x_2 - \Delta)$ を下表で与える。

$G(x_1, x_2), G(x_1 + \Delta, x_2), G(x_1 - \Delta, x_2), G(x_1, x_2 + \Delta), G(x_1, x_2 - \Delta)$ at nth step is given by the following table.

$G(x_1 + \Delta, x_2)$	0.24
$G(x_1 - \Delta, x_2)$	0.26
$G(x_1, x_2)$	0.25
$G(x_1, x_2 + \Delta)$	0.28
$G(x_1, x_2 - \Delta)$	0.22

ただし、 $a < x_2 - \Delta < x_2 + \Delta < b$ とする。

Here we set $a < x_2 - \Delta < x_2 + \Delta < b$.

(5) $\rho(x_1, x_2) = 0.1, \Delta = 0.01$ のときのn+1ステップ目の $G(x_1, x_2)$ をヤコビの方法で求めよ。

Find $G(x_1, x_2)$ at n+1th step by Jacob's method for $\rho(x_1, x_2) = 0.1$ and $\Delta = 0.01$.

受験番号 Examinee's Number
M

問題用紙

専門科目

[一般選抜]

Question Sheet Specialized Subject General Selection

問題1～5の中から4つを選択して間に答えよ。選択した問題番号は必ず記入すること。

Choose the four problems in Problem 1-5 and answer them. Write the problem number which you choose.

問題2 次の問題に答えよ。

Problem 2. Please answer the following problems.

(a) 壺の中には白玉5個、赤玉8個が入っている。この中から4個の玉を無作為に取り出すとき、白玉が2個である確率を求めよ。

A jar contains 5 white balls and 8 red balls. When randomly draw 4 balls from this, find the probability of 2 white balls.

(b) 連続型確率変数Xの確率密度関数f(x)が次の式で与えられたとき、

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & (x > 0) \\ 0 & (\text{otherwise}) \end{cases}, \quad \text{where } \lambda > 0$$

この分布の期待値E[X]、及び分散V[X]を求めよ。A continuous random variable is X, and the probability density function of this distribution is given by the following equation:

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & (x > 0) \\ 0 & (\text{otherwise}) \end{cases}, \quad \text{where } \lambda > 0$$

Find expected value E[X], and variance V[X] in this distribution.

(c) 連続型確率変数Xの確率密度関数f(x)が次の式で与えられたとき、

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & (b > x > a) \\ 0 & (\text{otherwise}) \end{cases}$$

この分布の期待値E[X]、及び分散V[X]を求めよ。A continuous random variable is X, and the probability density function of this distribution is given by the following equation:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & (b > x > a) \\ 0 & (\text{otherwise}) \end{cases}$$

Find expected value E[X], and variance V[X] in this distribution.

広島大学大学院先進理工系科学研究科理工学融合プログラム
(環境自然科学分野) (博士課程前期) 入学試験(令和3年8月実施)
Transdisciplinary Science and Engineering Program
(Environmental and Natural Sciences),
Graduate School of Advanced Science and Engineering (Master's Course), Hiroshima
University
Entrance Examination (August 2021)

受験番号 Examinee's Number						
M						

問題用紙

専門科目

[一般選抜]

Question Sheet

Specialized Subject

General Selection

問題1～5の中から4つを選択して間に答えよ。選択した問題番号は必ず記入すること。

Choose the four problems in Problem 1-5 and answer them. Write the problem number which you choose.

問題3 次の問題に答えよ。

Problem 3. Please answer the following problems.

コロナ禍の中で、テレワークやオンライン会議などの活用が急速に進んできた。また、自宅での自粛の影響により携帯ゲーム機やネットTVの需要が高まっている。

- (a) こうした背景の中、ポストコロナにおいて、オンライン教育やテレワークはどのように変化すると考えるのか、例を示して自分の意見を200字以上で述べよ。
- (b) 次に、今後TV視聴の形態はネットTVも含めてどのように変化すると考えるか、自分の意見を200字以上で述べよ。

In the "COVID-19 pandemic", the utilization of telework, online meetings and so on has progressed rapidly. In addition, demand for mobile game machines and Internet TVs is increasing due to the influence of self-restraint at home.

- (a) Against this background, describe what you consider online education and telework in post-corona. In addition, describe your opinion using examples in more than 100 words.
- (b) Next, describe how the TV viewing style (including Internet TV) will change in the future in more than 100 words.

広島大学大学院先進理工系科学研究科理工学融合プログラム
 (環境自然科学分野) (博士課程前期) 入学試験 (令和3年8月実施)
 Transdisciplinary Science and Engineering Program
 (Environmental and Natural Sciences),
 Graduate School of Advanced Science and Engineering (Master's Course), Hiroshima
 University
 Entrance Examination (August 2021)

受験番号 Examinee's Number					
M					

問題用紙

専門科目

[一般選抜]

Question Sheet

Specialized Subject

General Selection

問題1～5の中から4つを選択して間に答えよ。選択した問題番号は必ず記入すること。

Choose the four problems in Problem 1-5 and answer them. Write the problem number which you choose.

問題4 次の問題に答えよ。

Problem 4. Please answer the following problems.

- (a) ハフマン符号化方法は次のように示される。
 (1) 各情報源記号に対応する葉を作る。
 (2) 確率の最も小さい2枚の葉に対し、一つの節点を作り、その節点とこの2枚の葉を枝で結ぶ。この2本の枝の一方には‘0’、他方には‘1’を割り当てる。更に、この節点を新たな2枚の葉の確率の和を確率としてもつ葉と考える。
 (3) 葉が1枚しか残っていなければ、符号構成を終了する。そうでなければ(2)に戻る。

このとき、独立同一分布情報源

$$S_1 = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6\} \\ \{0.3, 0.2, 0.2, 0.15, 0.1, 0.05\}$$

があり、6つのシンボルに対する発生確率を示している。

- (a-1) このシンボルに対して、算出過程を示し、ハフマン符号化せよ。
 (a-2) また、このときの平均符号長を求めよ。

The procedure of Huffman coding is shown as follows.

- (1) Make the leaf corresponding to each source code.
- (2) To two smallest leaves of probability, make

one node and connect these two leaves with a branch to that node. We assign ‘0’ and ‘1’ to one side branch and the other respectively. Furthermore, we consider this node to be a leaf which has the sum of the probability of two new leaves.

- (3) We finish a code configuration, if there is only one leaf. Otherwise, we return to (2).

Let i.i.d. (independently and identically distributed) sources,

$$S_1 = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6\} \\ \{0.3, 0.2, 0.2, 0.15, 0.1, 0.05\}$$

Given six symbols with probabilities as shown above.

(a-1) Find the Huffman codes including the calculating process.

(a-2) Find the average code length of the Huffman codes.

(b) 標本化定理を簡単に説明せよ。

Explain “Sampling theorem” briefly.

広島大学大学院先進理工系科学研究科理工学融合プログラム
(環境自然科学分野) (博士課程前期) 入学試験 (令和3年8月実施)
Transdisciplinary Science and Engineering Program
(Environmental and Natural Sciences),
Graduate School of Advanced Science and Engineering (Master's Course), Hiroshima
University
Entrance Examination (August 2021)

受験番号	
Examinee's Number	
M	

問題用紙

専門科目

[一般選抜]

Question Sheet Specialized Subject General Selection

問題1～5の中から4つを選択して間に答えよ。選択した問題番号は必ず記入すること。

Choose the four problems in Problem 1-5 and answer them. Write the problem number which you choose.

問題5 次の問題に答えよ。

Problem 5. Please answer the following problem.

「スーパーシティ」構想に関して、利点と問題点について、それぞれ200字以上で自分の意見を述べよ。
なお、意見には技術的な課題を含めること。

Please describe your opinions about the advantages and the problems of "Super city concept" in each more than 100 words. In addition, include technical issues in the opinions.

広島大学大学院先進理工系科学研究科理工学融合プログラム
 (環境自然科学分野) (博士課程前期) 入学試験 (令和3年8月実施)
 Transdisciplinary Science and Engineering Program (Environmental and Natural Sciences),
 Graduate School of Advanced Science and Engineering (Master's Course), Hiroshima University
 Entrance Examination (August 2021)

受験番号

Examinee's Number

M

問題用紙

専門科目

[一般選抜]

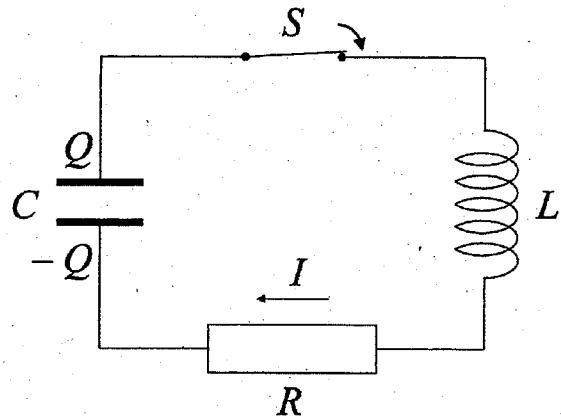
Question Sheet

Specialized Subject

General Selection

問題1

図に示すように、電気容量Cのキャパシタ、電気抵抗Rの抵抗器、自己誘導係数Lのインダクタが直列に接続された回路がある。Cには電荷Q, -Qが存在し、電位差Vが生じている。時刻t = 0でスイッチSを閉じると回路に電流Iが流れた。以下の各問いに答えよ。



(1) 電気容量Cの極板間には空間が存在するにも関わらず、回路に電流が流れるのはなぜか。

(2) この回路においてVの満たす微分方程式は

$$\frac{d^2V}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dV}{dt} + \frac{1}{LC} V = 0$$

と表される。この式を、以下の2通りの方法で導け。

(2-1) インダクタに生じる誘導起電力と抵抗器での電圧降下を考慮する。

(2-2) キャパシタの電場エネルギーとインダクタの磁場エネルギーが抵抗器を通してジュール熱として散逸する。

(3) 時間を経るとキャパシタの電荷が放電してV = 0となるが、その状態に至る過渡現象を考える。上の微分方程式における、Vの解として $V = Ae^{-\gamma t} \cos \omega t$ を考える。A, γ , ω は定数とする。これを上式に代入して整理し、任意の時刻で成り立つ条件から、

$$\gamma = \frac{R}{2L}, \text{ および, } \omega^2 = \frac{1}{LC} - \gamma^2$$

となることを示せ。

広島大学大学院先進理工系科学研究科理工学融合プログラム
(環境自然科学分野) (博士課程前期) 入学試験 (令和3年8月実施)
Transdisciplinary Science and Engineering Program (Environmental
and Natural Sciences),
Graduate School of Advanced Science and Engineering (Master's
Course), Hiroshima University
Entrance Examination (August 2021)

受験番号

Examinee's Number

M

問題用紙

専門科目

[一般選抜]

Question Sheet

Specialized Subject

General Selection

(4) これらの定数 γ 、 ω が、(i) $\gamma = 0$ 、(ii) $\omega = 0$ 、(iii) ($\gamma \neq 0$ 、 $\omega^2 > 0$)、となるとき、それぞれの現象の物理的な特徴を述べよ。これら3つの場合についてVの時間変化の概略をそれぞれ図示せよ。

(5) 上記の微分方程式と同じ形式をもつ力学的な振動現象について記し、両者を対比させながら議論せよ。

広島大学大学院先進理工系科学研究科理工学融合プログラム
 (環境自然科学分野) (博士課程前期) 入学試験 (令和3年8月実施)
 Transdisciplinary Science and Engineering Program (Environmental
 and Natural Sciences),
 Graduate School of Advanced Science and Engineering (Master's
 Course), Hiroshima University
 Entrance Examination (August 2021)

受験番号

Examinee's Number

M

問題用紙

専門科目

[一般選抜]

Question Sheet

Specialized Subject

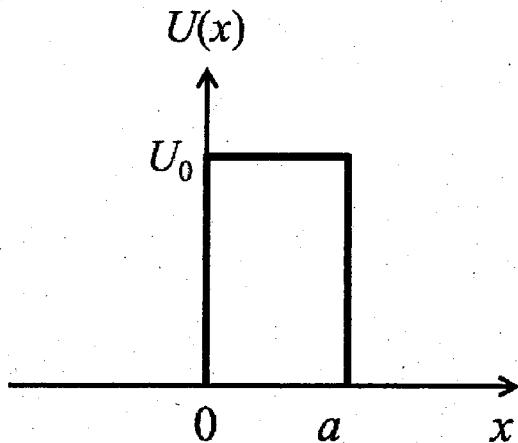
General Selection

問題2

図に示すような幅 a 、高さ $U_0 (> 0)$ のポテンシャル障壁がある。

$$U(x) = \begin{cases} 0 & (x < 0) \\ U_0 (\text{正定数}) & (0 \leq x \leq a) \\ 0 & (x > a) \end{cases}$$

このポテンシャル障壁に $x < 0$ の領域からエネルギー E で入射する質量 m の粒子を考える。領域 I ($x < 0$)、II ($0 \leq x \leq a$)、III ($x > a$) における波動関数を、それぞれ $\psi_I(x)$ 、 $\psi_{II}(x)$ 、 $\psi_{III}(x)$ とする。以下の各問いに答えよ。



(1) 領域Iにおけるシュレーディンガー方程式は次のように書ける。

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi_I(x)}{dx^2} = E\psi_I(x) \quad (x < 0)$$

ここで、 $\hbar = h/2\pi$ であり、 \hbar はプランク定数である。

領域II、IIIにおけるシュレーディンガー方程式を書け。

(2) 以下では $0 < E < U_0$ を考えよう。一般に、 $\psi_I(x)$ 、 $\psi_{II}(x)$ 、 $\psi_{III}(x)$ は次のように書ける。

$$\psi_I(x) = Ae^{i\eta x} + Be^{-i\eta x}$$

$$\psi_{II}(x) = Ce^{\kappa x} + De^{-\kappa x}$$

$$\psi_{III}(x) = Fe^{i\eta x}$$

(A 、 B 、 C 、 D 、 F は定数)

各項の物理的意味を述べよ。また、係数 $\eta (> 0)$ 、 $\kappa (> 0)$ を求めよ。

広島大学大学院先進理工系科学研究科理工学融合プログラム
 (環境自然科学分野) (博士課程前期) 入学試験 (令和3年8月実施)
 Transdisciplinary Science and Engineering Program (Environmental
 and Natural Sciences),
 Graduate School of Advanced Science and Engineering (Master's
 Course), Hiroshima University
 Entrance Examination (August 2021)

受験番号

Examinee's Number

M							
---	--	--	--	--	--	--	--

問題用紙

専門科目

[一般選抜]

Question Sheet

Specialized Subject

General Selection

(3) $x = 0, a$ において波動関数とその1次導関数は連続でなければならない。

これらの条件(境界条件)を表す式をそれぞれ書け。

(4) 振幅比 $\frac{F}{A}$ が、

$$\frac{F}{A} = \frac{\left\{ (1 + \frac{i\eta}{\kappa})^2 - (1 - \frac{i\eta}{\kappa})^2 \right\}}{\left\{ (1 + \frac{i\eta}{\kappa})^2 e^{-\kappa a} - (1 - \frac{i\eta}{\kappa})^2 e^{\kappa a} \right\} e^{i\eta a}}$$

となることを示せ。

(5) 粒子の透過係数は $T = \left| \frac{F}{A} \right|^2 = \left(\frac{F}{A} \right) \left(\frac{F}{A} \right)^*$ (*は複素共役を表す) で与えられる。 U_0 が E に比べて十分大きいとき ($U_0 \gg E > 0$)、 T はポテンシャル障壁の幅 a に対してどのように変化するか述べよ。

広島大学大学院先進理工系科学研究科理工学融合プログラム
 (環境自然科学分野) (博士課程前期) 入学試験(令和3年8月実施)
 Transdisciplinary Science and Engineering Program (Environmental
 and Natural Sciences),
 Graduate School of Advanced Science and Engineering (Master's
 Course), Hiroshima University
 Entrance Examination (August 2021)

受験番号

Examinee's Number

M

問題用紙

専門科目

[一般選抜]

Question Sheet

Specialized Subject

General Selection

問題3

N 個の粒子からなる系を考える。粒子系全体の状態は、1粒子の量子状態 $1, 2, \dots, i, \dots$ のそれぞれに存在する粒子数 n_i を指定して定めることができる。全粒子数は保存されるので $\sum_i n_i = N$ である。1粒子の各量子状態のエネルギーを $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_i, \dots$ とすると、粒子数の組 $\{n_1, n_2, \dots, n_i, \dots\}$ に対応する系全体のエネルギーは $\sum_i n_i \varepsilon_i = E_j$ と表される。この粒子系が温度 T の熱浴に熱接触しているとき、各量子状態の粒子数の組 $\{n_1, n_2, \dots, n_i, \dots\}$ をとる確率は $P_j = e^{-\beta E_j} / Z$ で与えられる。 $Z = \sum_j e^{-\beta E_j}$ は分配関数、 $\beta = 1/k_B T$ (k_B はボルツマン定数) である。この和は粒子数のあらゆる組についてとる。

いま、特定の量子状態 p を占める粒子数 n_p の平均値 \bar{n}_p を計算してみよう。 \bar{n}_p は次のように表すことができる。

$$\bar{n}_p = \frac{\sum_{n_p} n_p e^{-\beta n_p \varepsilon_p} \sum_{n_1 n_2 \dots}^{(p)} e^{-\beta(n_1 \varepsilon_1 + n_2 \varepsilon_2 + \dots)}}{\sum_{n_p} e^{-\beta n_p \varepsilon_p} \sum_{n_1 n_2 \dots}^{(p)} e^{-\beta(n_1 \varepsilon_1 + n_2 \varepsilon_2 + \dots)}}$$

記号 $\sum^{(p)}$ は状態 p を除くすべての状態についての和をとることを表す。以下の各問いに答えよ。

(1) 上の \bar{n}_p を、 P_j を用いて書くとどう表されるか。

(2) n_p が 0 か 1 しか取り得ない粒子を考える。これは \bar{n}_p の式において、 $n_p=0$ では N 個の粒子についての和をとり、 $n_p=1$ では $N-1$ 個の粒子についての和をとることになる。これらの分配関数をそれぞれ $Z_p(N)$ 、 $Z_p(N-1)$ と記すと以下のようになる。

$$Z_p(N) = \sum_{\substack{n_1 n_2 \dots \\ n_1 + n_2 + \dots = N}}^{(p)} e^{-\beta(n_1 \varepsilon_1 + n_2 \varepsilon_2 + \dots)} \quad \dots \quad n_p = 0 \text{ のとき}$$

$$Z_p(N-1) = \sum_{\substack{n_1 n_2 \dots \\ n_1 + n_2 + \dots = N-1}}^{(p)} e^{-\beta(n_1 \varepsilon_1 + n_2 \varepsilon_2 + \dots)} \quad \dots \quad n_p = 1 \text{ のとき}$$

このとき、 \bar{n}_p を、 $Z_p(N)$ と $Z_p(N-1)$ を用いて表すと次式になることを示せ。

$$\bar{n}_p = \frac{e^{-\beta \varepsilon_p} Z_p(N-1)}{Z_p(N) + e^{-\beta \varepsilon_p} Z_p(N-1)}$$

広島大学大学院先進理工系科学研究科理工学融合プログラム
 (環境自然科学分野) (博士課程前期) 入学試験 (令和3年8月実施)
 Transdisciplinary Science and Engineering Program (Environmental and Natural Sciences),
 Graduate School of Advanced Science and Engineering (Master's Course), Hiroshima University
 Entrance Examination (August 2021)

受験番号

Examinee's Number

M

問題用紙

専門科目

[一般選抜]

Question Sheet

Specialized Subject

General Selection

(3) 一般に $\delta N \ll N$ のとき成り立つ近似式 $\log_e Z_p(N - \delta N) \approx \log_e Z_p(N) - \frac{\partial \log_e Z_p(N)}{\partial N} \delta N$ において、
 $\delta N = 1$ とし、また非常に多くの状態の和をとるので、 N に関する微分には状態 p の有無は影響しないと
 考えると、 $\frac{\partial \log_e Z_p(N)}{\partial N} \approx \frac{\partial \log_e Z(N)}{\partial N} (= A)$ とおくことができる。この式を用いると上式の \bar{n}_p は、

$$\bar{n}_p = [e^{\beta(\varepsilon_p - \mu)} + 1]^{-1}$$

となる。これを示し、 μ を定めよ。この μ を何というか。また、この粒子の従う統計は何と呼ばれるか。

(4) さて次に、 n_p が $0, 1, 2, \dots$ のように任意の自然数を取ることが許される場合を考える。この場合には $\varepsilon_p > \mu$ として、上と同様に計算すると \bar{n}_p は次のようになる。

$$\bar{n}_p = \frac{\sum_{n_p=0}^{\infty} n_p e^{-n_p \beta(\varepsilon_p - \mu)}}{\sum_{n_p=0}^{\infty} e^{-n_p \beta(\varepsilon_p - \mu)}}$$

この式は、

$$\bar{n}_p = [e^{\beta(\varepsilon_p - \mu)} - 1]^{-1}$$

となることを示せ。(級数の公式 $\sum_{k=0}^{\infty} x^k = \frac{1}{1-x}$ ($|x| < 1$) を用いて良い)。この粒子の従う統計は何と呼ばれるか。

(5) 上で求めた \bar{n}_p はいずれも、高温かつ $\beta(\varepsilon_p - \mu) \gg 1$ のときには、 $\bar{n}_p = e^{-\beta(\varepsilon_p - \mu)}$ となることを示せ。
 この粒子の従う統計分布を何と呼ぶか。